# الرياضيات

## الفصل الدراسي الثاني

## كتاب التمارين

10

فريـق التأليـف

د. عمـر محمد أبوغليـون (رئيسًا)

يوسف سليمان جرادات　　نـور محـــمد حســان　　إبراهيـم عقله القـادري

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237　06-5376266　P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor　feedback@nccd.gov.jo　www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطوير المناهج في جلسـته رقـم (2020/7)، تاريخ 2020/12/1 م، وقـرار مجلس التربية والتعليـم رقم (2020/176)، تاريـخ 2020/12/17 م، بـدءًا من العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

© Harper Collins Publishers Limited 2020.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

**ISBN: 978 - 9923 - 41 - 041 - 7**

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية:
(2020/8/2973)

373,19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: كتاب التمارين (الصف العاشر)/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمان: المركز، 2020،

**ج2 (29) ص.**

ر.إ.: 2020/8/2973

**الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الإعدادي/ / المناهج/**

يتحمَّل المُؤلِّف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يُعبِّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Lecensing Agency Ltd, Barnard›s Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

**الطبعة الأولى (التجريبية)** 1441 هـ / 2020 م
**أعيدت طباعته** 1442 هـ / 2021 م

**أعزّاءنا الطلبة ...**

يحتوي هذا الكتاب تمارين متنوعة أعدت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتنمي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المعلم/ المعلمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم البقية لتحلوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ مما يعزز قدرتكم على متابعة التعلم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة إجابته، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحل جميعها فيمكنكم استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلمًا ممتعًا وميسّرًا.

**المركز الوطني لتطوير المناهج**

# قائمةُ المحتوياتِ

## الوحدةُ ⑤ الاقتراناتُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... 6

**الدرسُ 1** اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ ..... 8

**الدرسُ 2** قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتِ النسبيةِ ..... 9

**الدرسُ 3** تركيبُ الاقتراناتِ ..... 10

**الدرسُ 4** الاقترانُ العكسيُّ ..... 11

**الدرسُ 5** المتتالياتُ ..... 12


## الوحدةُ ⑥ المشتقاتُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... 13

**الدرسُ 1** تقديرُ ميلِ المنحنى ..... 15

**الدرسُ 2** الاشتقاقُ ..... 16

**الدرسُ 3** القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى ..... 17

# قائمةُ المحتوياتِ

## الوحدةُ ⑦ المتجهاتُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... 18

**الدرسُ 1** المتجهاتُ في المستوى الإحداثيِّ ..... 20

**الدرسُ 2** جمعُ المتجهاتِ وطرحُها ..... 21

**الدرسُ 3** الضربُ القياسيُّ ..... 22


## الوحدةُ ⑧ الإحصاءُ والاحتمالاتُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... 23

**الدرسُ 1** أشكالُ الانتشارِ ..... 25

**الدرسُ 2** المنحنى التكراريُّ التراكميُّ ..... 26

**الدرسُ 3** مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ ..... 27

**الدرسُ 4** احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ..... 28

**الدرسُ 5** احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ ..... 29

# الوحدةُ 5: الاقتراناتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

## • إيجادُ صورةِ عددٍ في الاقترانِ.

إذا كانَ $f(x) = 3x - 2$، وَ$g(x) = x^2 - 2x - 3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

1. $g(0)$
2. $f(2)$
3. $f(-3)$
4. $g(-4)$

**مثالٌ:** إذا كانَ $g(x) = 2x^2 + 5x + 4$، فأَجِدُ $g(-2)$

قاعدةُ الاقترانِ $g(x) = 2x^2 + 5x + 4$

بتعويضِ $x = -2$ $g(-2) = 2(-2)^2 + 5(-2) + 4$

بالتبسيطِ $= 8 - 10 + 4 = 2$

## • تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $-3(2x - 2y - 4)$
2. $(4a + b) + 2(a - 3b)$
3. $5x^2(2x - 5)$
4. $(x - 3)^2 + 11x$

**مثالٌ:** أكتبُ $-2a(3a - 2b - 5) + 5a^2$ في أبسطِ صورةٍ.

المقدارُ الأصليُّ $-2a(3a - 2b - 5) + 5a^2$

خاصيةُ التوزيعِ $= -2a(3a) - 2a(-2b) - 2a(-5) + 5a^2$

بالتبسيطِ $= -6a^2 + 4ab + 10a + 5a^2$

بجمعِ الحدودِ المتشابهةِ $= -a^2 + 4ab + 10a$

## • التعبيرُ عنْ مُتغيِّرٍ بدلالةِ الآخرِ.

أَجِدُ قيمةَ $x$ بدلالةِ $y$ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $y = 4x - 7$
2. $y = 3 - 5x$
3. $y = x^2 - 5$
4. $y = \frac{1}{2x - 1}$

**تُستعمَلُ الصيغةُ: $F = \frac{9}{5}C + 32$ لتحويلِ درجةِ الحرارةِ منْ مقياسِ سيلسيوس C إلى مقياسِ فهرنهايت F.**

5 أُحوِّلُ $40°$ C إلى مقياسِ فهرنهايت F.

6 أُحوِّلُ $86°$ F إلى مقياسِ سيلسيوس C.

**مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ $x$ بدلالةِ $y$ في كلٍّ ممّا يأتي:**

**a) $y = 3x - 8$**

المعادلةُ الأصليةُ $y = 3x - 8$

بإضافةِ 8 إلى الطرفيْنِ $y + 8 = 3x$

بقسمةِ الطرفيْنِ على 3 $\frac{y+8}{3} = x$

**b) $y = \frac{3}{2-x}$**

المعادلةُ الأصليةُ $y = \frac{3}{2-x}$

بضربِ الطرفيْنِ في $(2-x)$ $y(2-x) = 3$

$2y - yx = 3$

بطرحِ $2y$ منَ الطرفيْنِ، وضربِ الطرفيْنِ في $-1$ $yx = 2y - 3$

بقسمةِ الطرفيْنِ على $y$ $x = \frac{2y-3}{y}$

## • إيجادُ حدودِ متتاليةٍ.

**أَجِدُ الحدَّيْنِ التاليَيْنِ للمتتالياتِ الآتيةِ:**

1 4, 7, 10, 13, ....

2 100, 94, 88,82, ....

3 3, 6, 11, 18, ....

**مثالٌ: أَجِدُ الحدَّيْنِ التاليَيْنِ للمتتاليةِ: 2, 7, 12, 17, ...**

**أُلاحِظُ أنَّ كلَّ حدٍّ يزيدُ على الحدِّ الذي يسبقُهُ بمقدارٍ ثابتٍ هوَ 5:**

$7-2 = 12-7 = 17-12 = 5$

إذنْ، الحدّانِ التاليانِ هما: $17 + 5 = 22$ , $22 + 5 = 27$

الدرسُ 1

# اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ
# Polynomial Functions

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا، مُحدِّدًا الدرجةَ والمعاملَ الرئيسَ والحدَّ الثابتَ لكلِّ كثيرِ حدودٍ، ثمَّ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ:

1. $h(x) = 3x^2 + 2x^{-1} + 5$
2. $g(x) = 3\frac{1}{5}x^2 - 5x^3 + 7x - 1$
3. $f(x) = \frac{8(3-2x)}{5}$
4. $j(x) = \sqrt{x^2 + 16} - 4x$

أُمثِّلُ بيانيًّا كلًّا ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

5. $f(x) = 2x^3 - 5, -2 \le x \le 3$
6. $r(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5, -2 \le x \le 2$
7. $g(x) = 12 - 4x - x^2$
8. $h(x) = (2x-5)^2 - 10$

إذا كانَ $f(x) = 2x^2 - 4x^3 + 5x - 1$، وَ$g(x) = x^3 + 5x^2 - 7$، وَ$h(x) = 2x - 4$، فأَجِدُ ناتجَ ما يأتي:

9. $f(x) + g(x)$
10. $f(x) - g(x)$
11. $g(x) - x(h(x))$
12. $h(x) \cdot f(x)$
13. $(h(x))^2 + f(x)$
14. $f(x) \cdot g(x)$

15. هلِ العددُ $-2$ صفرٌ للاقترانِ $h(x) = -x^4 - 5x^3 + 7x - 10$؟ أُبرِّرُ إجابتي.
16. أَجِدُ أصفارَ الاقترانِ $g(x) = (x-1)^3 - 3(x-1)^2$
17. لدى مُزارِعٍ 24 m منَ السياجِ، أرادَ أنْ يُسيِّجَ بِهِ حظيرةً مستطيلةً لدواجنِهِ؛ على أنْ يجعلَ جدارَ مخزنٍ في مزرعتِهِ أحدَ جوانبِ الحظيرةِ منْ دونِ سياجٍ. ما أكبرُ مِساحةٍ ممكنةٍ للحظيرةِ التي يُمكِنُ تسييجُها بهذا السياجِ؟
18. يزيدُ ارتفاعُ أسطوانةٍ 3 وحداتٍ على طولِ نصفِ قُطْرِ قاعدتِها. أكتبُ اقترانًا يُعبِّرُ عنْ حجمِ الأسطوانةِ بدلالةِ $x$ إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ قاعدتِها $(2x + 1)$ وحدةً.
(حجمُ الأسطوانةِ التي نصفُ قُطْرِ قاعدتِها $r$، وارتفاعُها $h$ ، هوَ $V = \pi r^2 h$).

الدرسُ 2

# قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتِ النسبيةِ
# Dividing Polynomials and Rational Functions

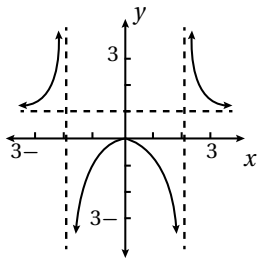
أَجِدُ ناتجَ قسمةِ $f(x)$ على $h(x)$ وباقيها في كلٍّ ممّا يأتي:

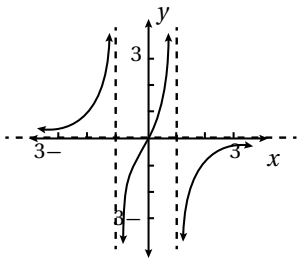
1. $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 12x + 5;\ h(x) = x + 4$
2. $f(x) = 4x^4 - 6x^3 - 9x + 12;\ h(x) = 2x^2 - 5x + 2$
3. أَجِدُ قيمةَ $k$ بحيثُ يكونُ باقي قسمةِ $f(x) = 4x^3 - 8x^2 + 7x + k$ على $h(x) = 2x + 1$ هوَ 8
4. أَجِدُ قيمةَ $c$ بحيثُ يكونُ $h(x) = x - 3$ أحدَ عواملِ $g(x) = 2x^4 - 5x^3 + cx - 18$

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمثِّلُهُ بيانيًّا، ثمَّ أَجِدُ مجالَهُ ومداهُ:

5. $f(x) = 4 + \frac{2}{x-1}$
6. $h(x) = -\frac{3}{x+2} + 5$

أَجِدُ المجالَ والمدى وخطوطَ التقاربِ لكلٍّ منَ الاقترانيْنِ المُمثَّليْنِ بيانيًّا في ما يأتي:

7.



8.



أَجِدُ المجالَ والمدى لكلٍّ ممّا يأتي:

9. $g(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 5$
10. $j(x) = \frac{4}{(x+2)^2} + 3$

نُقِلَتْ فصيلةٌ نادرةٌ منَ الحشراتِ إلى محميةٍ خاصةٍ لمنعِ انقراضِها. وقدْ بلغَ عددُ أفرادِ هذهِ الفصيلةِ بعدَ $t$ شهرًا منْ نقلِها $P(t) = \frac{72(1 + 0.6t)}{3 + 0.02t}$:

11. كمْ كانَ عددُ الحشراتِ عندَ نقلِها إلى المحميةِ؟
12. كمْ سيبلغُ عددُها بعدَ 30 شهرًا منْ نقلِها؟
13. بعدَ كمْ شهرٍ سيصلُ عددُها إلى 558 حشرةً؟

# الدرسُ 3

# تركيبُ الاقتراناتِ
# Composition of Functions

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي، مُستعمِلًا القيمَ المُبيَّنةَ في الجدوليْنِ الآتيينِ:

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-7$ | $-5$ | $-3$ | $-1$ | $3$ | $5$ | $7$ |

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $8$ | $3$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $8$ |

1. $(f\circ g)(1)$
2. $(f\circ g)(-2)$
3. $(g\circ f)(1)$
4. $(g\circ f)(0)$
5. $(g\circ g)(-1)$
6. $(f\circ f)(-1)$

إذا كانَ $f(x)=2x+1$، وَ $g(x)=3x-4$، فأَجِدُ:

7. $(f\circ g)(2)$
8. $(f\circ g)(0)$
9. $(f\circ g)(8)$
10. $(g\circ f)(1)$
11. $(f\circ g)(x)$
12. $(g\circ f)(x)$

إذا كانَ $k(x)=\frac{1}{x+1}$، وَ $h(x)=\frac{2}{x}$، فأَجِدُ:

13. $(h\circ k)(3)$
14. $(k\circ h)(3)$
15. $(h\circ h)(6)$
16. $(k\circ k)(-3)$
17. $(k\circ h)(x)$
18. $(h\circ k)(x)$

أَجِدُ اقترانيْنِ $f(x)$، وَ $g(x)$، بحيثُ يكونُ $h(x)=(g\circ f)(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

19. $h(x)=x^6+1$
20. $h(x)=4(x+1)^2$
21. $h(x)=2x^2-20x+50$
22. $h(x)=\sqrt{2x^2-4}+7$

23. يرتبطُ سعرُ سلعةٍ مُعيَّنةٍ وعددُ الوحداتِ المبيعةِ منْها بالعلاقةِ $0\le x\le 400$ , $p=100-\frac{x}{4}$، حيثُ $p$ السعرُ بالدينارِ، وَ $x$ عددُ الوحداتِ المبيعةِ. إذا كانَتِ التكلفةُ $C$ بالدنانيرِ لإنتاجِ $x$ وحدةً هيَ $C=\frac{4\sqrt{x}}{0.5}+600$، فأَجِدُ التكلفةَ $C$ في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى السعرِ $p$، ثمَّ أَجِدُ التكلفةَ إذا كانَ سعرُ الوحدةِ الواحدةِ 19 دينارًا.

الدرسُ 4

# الاقترانُ العكسيُّ
# Inverse Function

**إذا كانَ $g(x)=80-\frac{100}{1+x}$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:**

1. $g(9)$
2. $g(4)$
3. $g^{-1}(70)$
4. $g^{-1}(60)$

5. إذا كانَ $f(x)$ اقترانَ واحدٍ لواحدٍ، وَ $f(3)=8$، فماذا يُستنتَجُ منْ هذهِ المعطياتِ؟

6. إذا كانَ $f(x)$ يُمثِّلُ عددَ الوحداتِ المُنتَجةِ في $x$ ساعةَ عملٍ لمُنتَجٍ مُعيَّنٍ، فماذا يُمثِّلُ المقدارُ $f^{-1}(2540)$؟

**أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ $f^{-1}(x)$ لكلٍّ ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:**

7. $f(x)=3x-5$
8. $f(x)=4-7x$
9. $f(x)=x^2+3, x\geq 0$
10. $f(x)=5-9x^2, x\geq 0$
11. $f(x)=\frac{x}{2x+6}$
12. $f(x)=\frac{x}{8-4x}$
13. $f(x)=\sqrt{2x-1}+3$
14. $f(x)=\sqrt{3x+2}-5$
15. $f(x)=\sqrt[3]{3x-2}-1$
16. $f(x)=\sqrt[3]{3-4x}+1$

**أُبيِّنُ إذا كانَ كلٌّ منَ الاقترانينِ $f(x)$، وَ $h(x)$ اقترانًا عكسيًّا للآخرِ أمْ لا:**

17. $f(x)=2x-5, h(x)=5x+2$
18. $f(x)=\frac{2x}{3x+5}, \ h(x)=\frac{5x}{2-3x}$

19. أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x)=\sqrt{6+3x}$، ثمَّ أُمثِّلُ $f(x)$، وَ$f^{-1}(x)$ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

20. **هندسةٌ:** تُعطى مِساحةُ الدائرةِ بالاقترانِ $A(r)=\pi r^2$، حيثُ $A$ المِساحةُ، وَ $r$ نصفُ القُطْرِ. أُعبِّرُ عنْ $r$ في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى المِساحةِ $A$، ثمَّ أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ مِساحتُها $250\,\text{cm}^2$

21. **فيزياءُ:** يُعطى زمنُ الدورةِ $T$ ثانيةً لبندولٍ بسيطٍ بالاقترانِ $T(\ell)=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9.8}}$، حيثُ $\ell$ طولُ البندولِ بالأمتارِ. أُعبِّرُ عنْ $\ell$ في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى الزمنِ $T$، ثمَّ أَجِدُ طولَ بندولٍ زمنُ دورتِهِ $3\text{ s}$

# الدرسُ 5

# المتتالياتُ
# Sequences

**أكتبُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:**

1. 4, 6, 8, 10, …
2. 3, 30, 300, 3000, …
3. 1, 4, 9, 16, …
4. 2, 4, 8, 16, …
5. 3, 10, 17, 24, …
6. 0, 4, 18, 48, ...

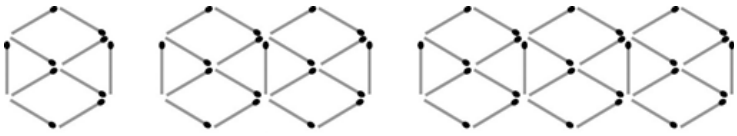
**أُصنِّفُ المتتالياتِ الآتيةَ إلى خطِّيةٍ، وتربيعيةٍ، وتكعيبيةٍ، وأُسِّيةٍ، ثمَّ أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ الأولى والحدَّ العشرينَ لكلٍّ منْها:**

7. $\mathrm{T}(n) = 3n + 1$
8. $\mathrm{T}(n) = 2n^2 + 1$
9. $\mathrm{T}(n) = 5n^3 + 2$
10. $\mathrm{T}(n) = n(n^2 + 1)$

**أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:**

11. 6, 11, 16, 21, 26, …
12. −4, 3, 22, 59, 120, ...
13. 0, 3, 8, 15, ...
14. 5, 11, 21, 35, 53, ...

**في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّلُ عددُ أعوادِ الثقابِ فيهِ متتاليةً:**



1 2 3

15. أرسمُ النموذجَ الرابعَ في هذا النمطِ.
16. أَجِدُ عددَ أعوادِ الثقابِ اللازمةِ لبناءِ النموذجِ رقمِ 20 في هذا النمطِ.
17. ما أكبرُ مجموعةٍ منَ النماذجِ يُمكِنُ بناؤُها باستعمالِ 100 عودٍ منَ الثقابِ؟

# الوحدةُ 6: المشتقاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

## • إيجادُ ميلِ المستقيمِ.

أَجِدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $(4, 2), (5, 6)$
2. $(3, 6), (-2, 6)$

**مثالٌ:** أَجِدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتيْنِ: **(1, 2)**، وَ**(3, 4)**.

صيغةُ ميلِ المستقيمِ $m$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$(x_1, y_1) = (1, 2), (x_2, y_2) = (3, 4)$ $\quad m = \frac{4 - 2}{3 - 1} = 1$

## • حَلُّ المعادلاتِ الخطِّيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الخطِّيةِ الآتيةِ:

1. $5x + 5 = 4 - 7x$
2. $2(1 - 2x) = 8x - 3$
3. $3(4x - 2) = 8(x + 6)$

**مثالٌ:** أَحُلُّ المعادلةَ الخطِّيةَ $3x + 5 = x - 3$

المعادلةُ الأصليةُ $\quad 3x + 5 = x - 3$

بطرحِ $x$ منَ الطرفيْنِ $\quad 2x + 5 = -3$

بطرحِ 5 منَ الطرفيْنِ $\quad 2x = -8$

بقسمةِ الطرفيْنِ على 2 $\quad x = -4$

## • حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ:

1. $x^2 - 3x + 2 = 0$
2. $x^2 + 6x + 9 = 0$
3. $x^2 - 4x + 7 = 0$

**مثالٌ:** أَحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 + x - 6 = 0$

أَحُلُّ هذهِ المعادلةَ باستعمالِ التحليلِ إلى العواملِ:

$x^2 + x - 6 = 0$

بالتحليلِ إلى العواملِ $\quad (x + 3)(x - 2) = 0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $\quad x + 3 = 0, x - 2 = 0$

بحَلِّ المعادلتيْنِ الناتجتيْنِ $\quad x = -3, \quad x = 2$

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x_1 = -3, x_2 = 2$

يُمكِنُ أيضًا حَلُّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

**أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ: $a = 1, b = 1, c = -6$**

القانونُ العامُّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويضِ، والتبسيطِ

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1-5}{2}, x_2 = \frac{-1+5}{2}$$

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x_1 = -3, x_2 = 2$

## • إيجادُ ناتجِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ.

**أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:**

**1** $8x(3x - 2)$ **2** $(x - 6)(x + 4)$ **3** $(x - 7)(x + 7)$

**مثالٌ: أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:**

**1) $(x - 3)(x + 4)$**

بتوزيعِ الضربِ

$$(x - 3)(x + 4) = x^2 - 3x + 4x - 12$$

بالتبسيطِ

$$= x^2 + x - 12$$

**2) $(x + 1)(x - 1)$**

بتوزيعِ الضربِ على الجمعِ

$$(x + 1)(x - 1) = x(x - 1) + 1 \times (x - 1)$$

بتوزيعِ الضربِ على الطرحِ

$$= x^2 - x + x - 1$$

بجمعِ الحدودِ المتشابهةِ

$$= x^2 - 1$$

## • حسابُ محيطِ الدائرةِ ومِساحتِها.

**أَجِدُ المحيطَ والمِساحةَ للدائرةِ المُعطى نصفُ قُطْرِها في كلٍّ ممّا يأتي:**

**1** $r = 5\,\text{cm}$ **2** $r = 7\,\text{cm}$ **3** $r = 8\,\text{cm}$

**مثالٌ: أَجِدُ المحيطَ والمِساحةَ للدائرةِ التي نصفُ قُطْرِها 3 cm:**

صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$$C = 2\pi r$$

بتعويضِ طولِ نصفِ القُطْرِ، والتبسيطِ

$$= 2\,\pi\,(3) = 6\,\pi\,\text{cm}$$

صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ

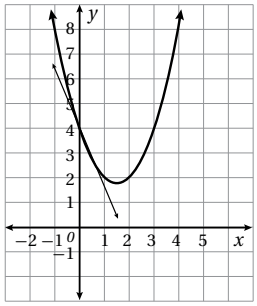
$$A = \pi r^2$$

بتعويضِ طولِ نصفِ القُطْرِ، والتبسيطِ

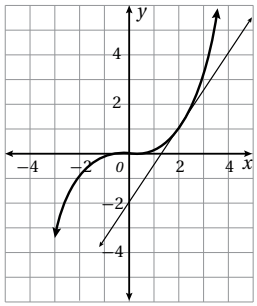
$$= \pi\,(3)^2 = 9\,\pi\,\text{cm}^2$$

الدرسُ 1

# تقديرُ ميلِ المنحنى
# Estimating Slope




**1** يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاورِ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ $y = x^2 - 3x + 4$ عندَ النقطةِ $A(0, 4)$. أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $A$.




**2** يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاورِ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ $y = \frac{1}{8}x^3$ عندَ النقطةِ $A(2, 1)$. أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $A$.

**3** أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ $y = x^3 - 3x + 1$ عندَ النقطةِ $(2, 3)$.

**4** أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ $y = 4x - 3x^2$ عندَ النقطةِ $(2, -4)$.

**5** يُمثِّلُ الاقترانُ $d(t) = 40t - 16t^2$ المسافةَ التي يقطعُها جسمٌ مُتحرِّكٌ، حيثُ $d$ المسافةُ المقطوعةُ بالمترِ، وَ$t$ الزمنُ بالثواني. أُقدِّرُ سرعةَ الجسمِ اللحظيةَ بعدَ ثانيتيْنِ.

**أرسمُ منحنى الاقترانِ $f(x)$ في الفترةِ $-2 \le x \le 2$**

**باستعمالِ جدولِ القيمِ المجاورِ:**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-7$ | $-2$ | $1$ | $2$ | $1$ |

**6** أرسمُ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

**7** أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

**8** ما إحداثياتُ النقطةِ التي يكونُ ميلُ المنحنى عندَها صفرًا؟

**أرسمُ منحنى الاقترانِ $f(x)$ في الفترةِ $-1 \le x \le 3$**

**باستعمالِ جدولِ القيمِ المجاورِ:**

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4$ | $1$ | $0$ | $1$ | $4$ |

**9** أرسمُ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

**10** أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

**11** ما إحداثياتُ النقطةِ التي يكونُ ميلُ المنحنى عندَها صفرًا؟

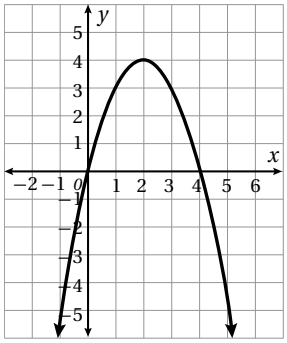
الدرسُ 2

# الاشتقاقُ
# Differentiation

**أَجِدُ مشتقةَ كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:**

1. $f(x) = -\frac{7}{3}$
2. $f(x) = \frac{8}{5}$
3. $f(x) = -6x$
4. $f(x) = 3.2x$
5. $f(x) = 3x^{41}$
6. $f(x) = -x^{64}$
7. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$
8. $f(x) = 7x^3 + 6x^2 - x$
9. $f(x) = (x+4)(x-2)$
10. $f(x) = (x-5)^2$

**أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى الاقترانِ $f(x) = 4x - x^2$ في الشكلِ المجاورِ للإجابةِ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:**




11. أَجِدُ $f'(x)$.
12. أَجِدُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ نقطتَيْ تقاطعِهِ معَ محورِ $x$
13. أُحدِّدُ على المنحنى النقطةَ التي يكونُ عندَها الميلُ 1
14. أُحدِّدُ على المنحنى النقطةَ التي يكونُ عندَها الميلُ $-2$

**أَجِدُ قيمةَ $f'(-1)$ في كلٍّ ممّا يأتي:**

15. $f(x) = x^2 - 3x + 1$
16. $f(x) = x^3 - x^2 - 2$
17. أَجِدُ النقطةَ التي يكونُ عندَها ميلُ منحنى $f(x) = x^2 - 5x + 6$ يساوي $-9$

**إذا كانَ $f(x) = x^2 + 5x + 7$، فأستعملُ المشتقةَ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:**

18. ميلُ المنحنى $f(x)$ عندَما $x = 2$
19. قيمةُ $x$ التي يكونُ عندَها ميلُ منحنى $f(x)$ يساوي 0
20. تُمثِّلُ العلاقةُ $d(t) = 2t^3 - 5t^2 + 3t + 4$ المسافةَ (بالمترِ) التي يقطعُها جسمٌ مُتحرِّكٌ، حيثُ $t$ الزمنُ بالثواني. أَجِدُ سرعةَ الجسمِ عندَما $t = 2$
21. إذا كانَ $f(x) = a\,x^n + b$، حيثُ $a$، وَ $b$ عددانِ حقيقيانِ، وَ $n$ عددٌ صحيحٌ غيرُ سالبٍ، فأَجِدُ $f'(x)$

الدرسُ 3

# القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى
# Maximum and Minimum Values

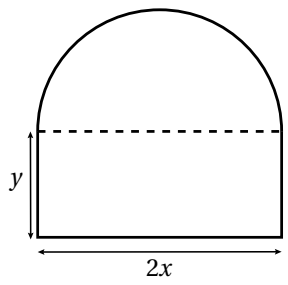
**أَجِدُ القيمَ العظمى والقيمَ الصغرى لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ (إنْ وُجِدَتْ):**

1. $f(x) = 2$
2. $f(x) = -3$
3. $f(x) = 2x - 1$
4. $f(x) = 5x + 3$
5. $f(x) = x^2 + 2x + 1$
6. $f(x) = x^2 - 8x + 7$
7. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$
8. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$
9. $f(x) = x^3(4 - x)$
10. $f(x) = (x + 1)(x - 2)$

11. أَجِدُ قيمةَ الثابتِ $k$، علمًا بأنَّ للاقترانِ $f(x) = kx^2 + x$ قيمةً حرجةً عندَما $x = 1$

12. أَجِدُ العددَيْنِ الموجبَيْنِ اللذيْنِ مجموعُهُما 150، وحاصلُ ضربِهِما أكبرُ ما يُمكِنُ.

13. يُمثِّلُ الاقترانُ $A(x) = x(9 - x)$ مِساحةَ غرفةٍ مستطيلةٍ في مُخطَّطٍ أَعدَّتْهُ المهندسةُ شفاءُ، حيثُ $x$ الطولُ بالمترِ. أَجِدُ أكبرَ مِساحةٍ ممكنةٍ للغرفةِ.




**يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ حديقةً محيطُها 80 m، وهيَ على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ $2x$ مترًا، وعرضُهُ $y$ مترًا، وبجانبِهِ نصفُ دائرةٍ:**

14. أُبيِّنُ أنَّ الاقترانَ $A(x) = 80x - (2 + \frac{\pi}{2})x^2$ يُمثِّلُ مِساحةَ الحديقةِ.

15. أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ قيمةِ $x$ التي تجعلُ مِساحةَ الحديقةِ أكبرَ ما يُمكِنُ.

16. أَجِدُ أكبرَ مِساحةٍ ممكنةٍ للحديقةِ.

17. أَجِدُ قيمتَيِ الثابتيْنِ $a, b$ إذا كانَ للاقترانِ $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + ax + b$ قيمةٌ حرجةٌ عندَ النقطةِ $(-4, -3)$، ثمَّ أُحدِّدُ نوعَ القيمةِ الحرجةِ، مُبرِّرًا إجابتي.

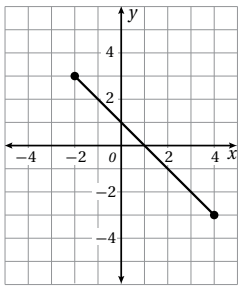
# الوحدةُ 7: المتجهاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

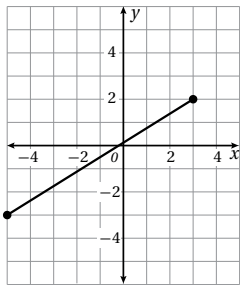
## • إيجادُ المسافةِ بينَ نقطتيْنِ.

أَجِدُ المسافةَ بينَ النقطتيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

**1**




**2**




**3** $(-5, -7), (2, -3)$

**4** $(8, 0), (-4, -5)$

**5** $(-4, 7), (-3, 6)$

**مثالٌ:** أَجِدُ المسافةَ بينَ النقطتيْنِ: **(−8, −2)**، وَ **(−6, −5)**.

قانونُ المسافةِ بينَ نقطتيْنِ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بتعويضِ إحداثياتِ النقطتيْنِ $= \sqrt{(-6 - (-2))^2 + (-5 - (-8))^2}$

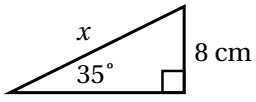
بالتبسيطِ $= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

إذنْ، المسافةُ بينَ النقطتيْنِ: (−8, −2)، وَ (−6, −5) هيَ 5 وحداتِ طولٍ.

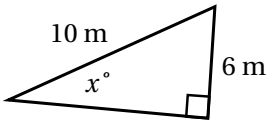
## • استعمالُ النسبِ المثلثيةِ في إيجادِ أطوالِ أضلاعٍ في مثلثٍ.

أستعملُ النسبةَ المثلثيةَ المناسبةَ لإيجادِ قيمةِ $x$ في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ الحادةِ الكبرى:

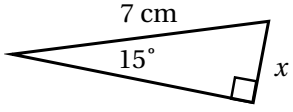
**1**



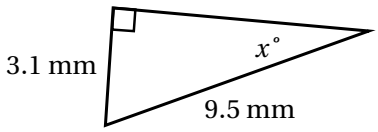

**2**



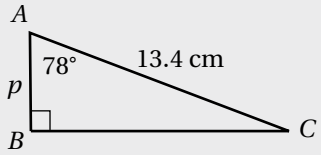

**3**




**4**



**مثالٌ:** أستعملُ النسبةَ المثلثيةَ المناسبةَ لإيجادِ طولِ $\overline{AB}$ في المثلثِ الآتي، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ للزاويةِ $A$:




الضلعُ المجهولُ $\overline{AB}$ مجاورٌ للزاويةِ $A$؛ لذا أستعملُ نسبةَ جيبِ التمامِ للزاويةِ $A$:

تعريفُ نسبةِ جيبِ التمامِ $\cos A = \frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوترِ}}$

بتعويضِ القياساتِ المعلومةِ $\cos 78° = \frac{p}{13.4}$

بتعويضِ قيمةِ $\cos 78°$ $0.21 = \frac{p}{13.4}$

بالضربِ التبادليِّ $p = (0.21)\ (13.4)$

بالتبسيطِ $p = 2.81$

لحسابِ نسبتَيِ الجيبِ والظلِّ للزاويةِ $A$، يجبُ معرفةُ طولِ الضلعِ المقابلِ لها. وبما أنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ، فإنَّني أستعملُ نظريةَ فيثاغورس:

نظريةُ فيثاغورس $(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$

بالتعويضِ $(13.4)^2 = (BC)^2 + (2.81)^2$

بالتبسيطِ $179.56 = (BC)^2 + 7.90$

بطرحِ 7.90 $179.56 - 7.90 = BC^2$

بالتبسيطِ $171.66 = BC^2$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ $13.10 = BC$

أستطيعُ الآنَ حسابَ نسبتَيِ الجيبِ والظلِّ للزاويةِ $A$:

تعريفُ نسبةِ الجيبِ $\sin A = \frac{\text{المقابلَ}}{\text{الوترِ}}$

بالتعويضِ $\sin 78° = \frac{13.10}{13.4}$

بالتبسيطِ $\sin 78° \approx 0.98$

تعريفُ نسبةِ الظلِّ $\tan A = \frac{\text{المقابلَ}}{\text{المجاورِ}}$

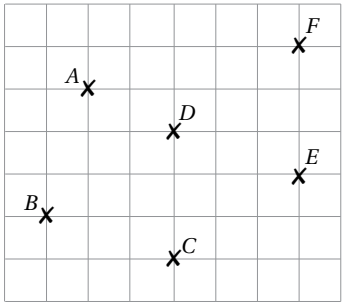
بتعويضِ القياساتِ المعلومةِ $\tan 78° = \frac{13.10}{2.79}$

بالتبسيطِ $\tan 78° \approx 4.7$

الدرسُ 1

# المتجهاتُ في المستوى الإحداثيِّ
# Vectors in the Coordinate Plane

**إذا كانَ $\overrightarrow{AD} = \langle -1, 2 \rangle$، فأكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ الإحداثيةِ، ثمَّ أَجِدُ مقدارَهُ:**




1. $\overrightarrow{AF}$
2. $\overrightarrow{AB}$
3. $\overrightarrow{CA}$
4. $\overrightarrow{EB}$
5. $\overrightarrow{EF}$
6. $\overrightarrow{DC}$

7. أكتبُ كلًّا منْ $\overrightarrow{BD}$ ، وَ $\overrightarrow{BF}$ بالصورةِ الإحداثيةِ. ماذا أستنتجُ منْ موقعِ $B$، وَ$D$، وَ$F$؟

**أستعملُ إحداثيَّي النقطةِ $A(6, 3)$ للإجابةِ عنِ المسائلِ الآتيةِ:**

8. إذا كانَ $\overrightarrow{AB} = \langle -5, 2 \rangle$ ، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ $B$.

9. إذا كانَ $\overrightarrow{AC} = \langle 4, -3 \rangle$ ، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ $C$.

10. إذا كانَ $\overrightarrow{AD} = \langle 0, 6 \rangle$ ، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ $D$.

11. **شاحناتٌ:** أكتبُ بالصورةِ الإحداثيةِ السرعةَ المتجهةَ لشاحنةٍ تسيرُ على طريقٍ مُنحدِرٍ، علمًا بأنَّ سرعتَها الأفقيةَ $v_x = 58 \text{ km/}h$، وسرعتَها الرأسيةَ $v_y = 37 \text{ km/}h$.

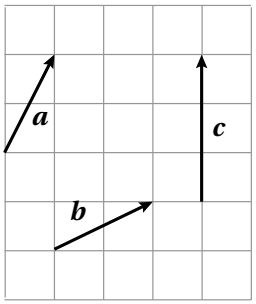
12. يدفعُ صالحٌ مكنسةً كهربائيةً بقوةٍ مقدارُها 272 N، وبزاويةٍ قياسُها $51°$ معَ المحورِ الأفقيِّ. أكتبُ متجهَ القوةِ بالصورةِ الإحداثيةِ.

13. إذا كانَ $|AB| = 7$، حيثُ $A(-1, 4)$ هيَ نقطةُ بدايتِهِ، والنقطةُ $B(x, 2)$ هيَ نقطةُ نهايتِهِ، فأَجِدُ قيمةَ $x$ ، مُبرِّرًا إجابتي.

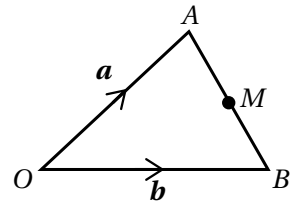
الدرسُ 2

# جمعُ المتجهاتِ وطرحُها
# Adding and Subtracting Vectors

أُمثِّلُ بيانيًّا كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ:




1. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$
2. $-\boldsymbol{a}$
3. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$
4. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$
5. $-\boldsymbol{c}$
6. $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$




في الشكلِ المجاورِ، $\boldsymbol{M}$ هيَ نقطةُ منتصفِ $\overline{\boldsymbol{AB}}$

أكتبُ كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ بدلالةِ المتجهيْنِ $\boldsymbol{a}$، وَ$\boldsymbol{b}$:

7. $\overrightarrow{AB}$
8. $\overrightarrow{BO}$
9. $\overrightarrow{AM}$
10. $\overrightarrow{OM}$

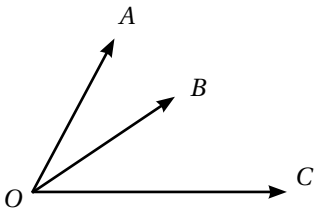
11. أُحدِّدُ على الشكلِ موقعَيِ النقطتيْنِ $X$، وَ$Y$، بحيثُ يكونَ $\overrightarrow{OX}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OY}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$.
12. أكتبُ $\overrightarrow{XY}$ بدلالةِ $\boldsymbol{a}$، وَ$\boldsymbol{b}$
13. ما المتجهاتُ الأُخرى المكافئةُ لـ$\overrightarrow{XY}$؟

إذا كانَ $\boldsymbol{a}=\langle 27,-15\rangle, \boldsymbol{b}=\langle 9,-21\rangle, \boldsymbol{c}=\langle -12,0\rangle$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

14. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$
15. $\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}$
16. $3\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}$
17. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ المتجهاتِ الآتيةَ، علمًا بأنَّ $\boldsymbol{O}$ هيَ نقطةُ الأصلِ:

$\overline{OA}=\langle 2,2\rangle$ $\overline{OB}=\langle 4,1\rangle$ $\overline{OC}=\langle 6,0\rangle$




أكتبُ كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ بالصورةِ الإحداثيةِ، ثمَّ أرسمُهُ على الشكلِ:

18. $\overrightarrow{AB}$
19. $\overrightarrow{AC}$
20. $\overrightarrow{BC}$

21. هلْ إجاباتُ المسائلِ السابقةِ كافيةٌ لإثباتِ أنَّ $ABC$ مستقيمٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الدرسُ 3

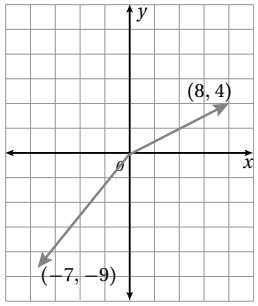
# الضربُ القياسيُّ
# Scalar Product

أَجِدُ ناتجَ الضربِ القياسيِّ للمتجهيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

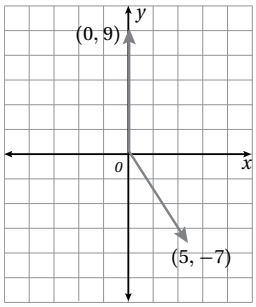
1 $a = \langle -1, 5 \rangle , b = \langle -6, -2 \rangle$

2 $u = \langle 3, 9 \rangle , v = \langle 6, 5 \rangle$

3




4



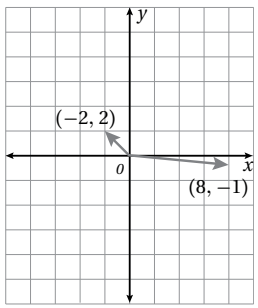

أُحدِّدُ إذا كانَ المتجهانِ $u$ وَ $v$ متوازييْنِ، أوْ متعامديْنِ، أوْ غيرَ ذلكَ في كلٍّ ممّا يأتي:

5 $u = \langle 4, -9 \rangle, v = \langle -9, 4 \rangle$

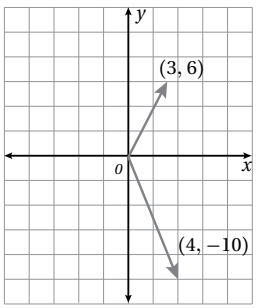
6 $u = \langle -5, 2 \rangle, v = \langle -10, 25 \rangle$

أَجِدُ قياسَ الزاويةِ بينَ المتجهيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

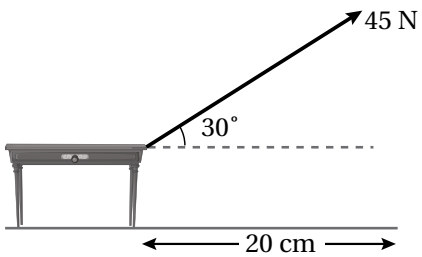
7




8




9 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ سحبَ طاولةٍ بقوةٍ مقدارُها 45 N، وزاويةٍ قياسُها °30 معَ الأفقيِّ. إذا سُحِبَتِ الطاولةُ مسافةَ 20 cm، فأَجِدُ مقدارَ الشغلِ الذي بُذِلَ.



**أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.**

- **إيجادُ المدى، والانحرافِ المعياريِّ، والتباينِ للبياناتِ.**

1. أَجِدُ المدى، والانحرافَ المعياريَّ، والتباينَ للبياناتِ في الجدولِ التكراريِّ الآتي:

| القيمةُ | التكرارُ |
|---|---|
| 5 | 3 |
| 6 | 5 |
| 7 | 8 |
| 8 | 4 |

**مثالٌ: أَجِدُ المدى، والانحرافَ المعياريَّ، والتباينَ للبياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المجاورِ:**

| القيمةُ $x$ | 10 | 12 | 15 | 17 |
|---|---|---|---|---|
| التكرارُ $f$ | 1 | 3 | 4 | 2 |

أُضيفُ إلى الجدولِ أعمدةً لأحسُبَ فيها القيمَ الآتيةَ:

$$x \cdot f,\ x-\bar{x},\ (x-\bar{x})^2,\ (x-\bar{x})^2 f$$

| القيمةُ $x$ | التكرارُ $f$ | $x \cdot f$ | $x-\bar{x}$ | $(x-\bar{x})^2$ | $(x-\bar{x})^2 f$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 1 | 10 | $-4$ | 16 | 16 |
| 12 | 3 | 36 | $-2$ | 4 | 12 |
| 15 | 4 | 60 | 1 | 1 | 4 |
| 17 | 2 | 34 | 3 | 9 | 18 |
| المجموعُ | 10 | 140 | | | 50 |

المدى هوَ الفرقُ بينَ أكبرِ قيمةٍ وأصغرِ قيمةٍ: $R = 17 - 10 = 7$

الوسطُ الحسابيُّ: $\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$

بالتعويضِ والتبسيطِ: $= \frac{140}{10} = 14$

التباينُ: $\sigma^2 = \frac{\Sigma (x-\bar{x})^2 \cdot f}{(\Sigma f)}$

بالتعويضِ والتبسيطِ: $= \frac{50}{10} = 5$

الانحرافُ المعياريُّ: $\sigma = \sqrt{5} = 2.24$

## • إيجادُ احتمالِ وقوعِ حادثٍ في تجربةٍ عشوائيةٍ.

**يحتــوي كيسٌ على 6 كراتٍ حمراءَ، وَ5 كراتٍ زرقاءَ، وَ4 كراتٍ خضراءَ، علمًا بأنَّ جميعَ الكراتِ مُتماثِلةٌ. ســحبَتْ هندُ كرةً واحدةً عشوائيًّا، ما احتمالُ سحبِ كرةٍ:**

1. حمراءَ؟
2. ليسَتْ زرقاءَ؟
3. صفراءَ؟

**مثال 1:** رُمِيَتْ قطعةُ نقدٍ منتظمةٌ عشوائيًّا مرَّتيْنِ. أَجِدُ احتمالَ ظهورِ وجهِ الكتابةِ ($T$) مرَّتيْنِ.

عناصرُ الحادثِ $A$، وعددُها $A = \{(T, T)\}\ ,\ n(A) = 1$

عناصرُ فضاءِ العيِّنةِ، وعددُها $\Omega = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}\ ,\ n(\Omega) = 4$

احتمالُ الحادثِ $A$ $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

**مثال 2:** رمى خليلٌ حجرَ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً. أَجِدُ احتمالَ وقوعِ كلٍّ منَ الحادثيْنِ الآتييْنِ:

**1) ظهورُ عددٍ أقلَّ منْ 3**

إذا افترضْتُ أنَّ $A$ هوَ حادثُ ظهورِ عددٍ أقلَّ منْ 3، فإنَّ:

عناصرَ الحادثِ $A$، وعددَها $A = \{1, 2\}\ ,\ n(A) = 2$

عناصرَ فضاءِ العيِّنةِ، وعددَها $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\ ,\ n(\Omega) = 6$

احتمالَ الحادثِ $A$ $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

**2) ظهورُ عددٍ أكبرَ منْ 6**

إذا افترضْتُ أنَّ $B$ هوَ حادثُ ظهورِ عددٍ أكبرَ منْ 6، فإنَّ:

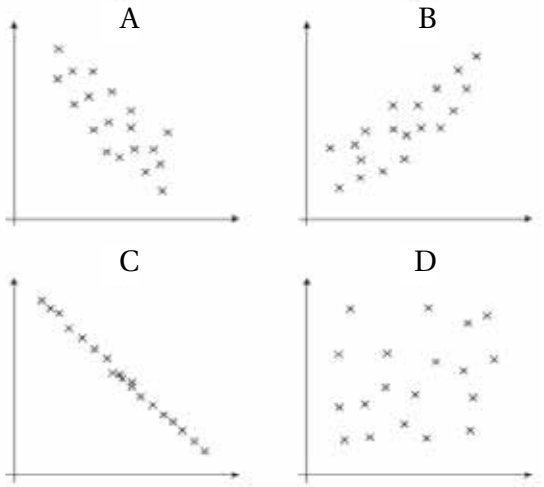
عناصرَ الحادثِ $B$، وعددَها $B = \varnothing\ ,\ n(B) = 0$

احتمالَ الحادثِ $B$ $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{0}{6} = 0$

الدرسُ 1

# أشكالُ الانتشارِ
# Scatter Graphs

**مستعينًا بالأشكالِ المجاورةِ، أكتبُ في الفراغِ الآتي رمزَ شكلِ الانتشارِ المناسبِ:**



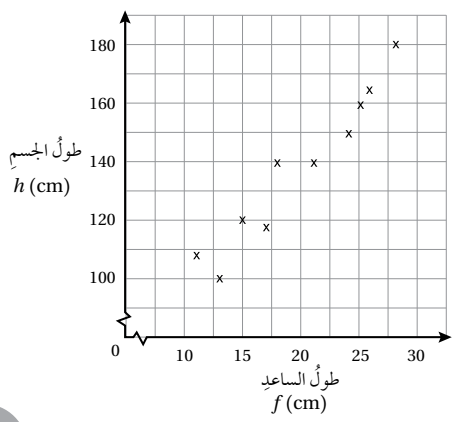

1. يدلُّ شكلُ الانتشارِ ..... على عدمِ وجودِ ارتباطٍ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.
2. يدلُّ شكلُ الانتشارِ ..... على وجودِ ارتباطٍ موجبٍ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.
3. يدلُّ شكلُ الانتشارِ ..... على وجودِ ارتباطٍ سالبٍ وقويٍّ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.

**يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ الكتلَ والأطوالَ لِـ 12 طالبةً في الصفِّ السابعِ:**

| الاسمُ | الكتلةُ (kg) | الطولُ (cm) |
|---|---|---|
| مريمُ | 41 | 123 |
| شيماءُ | 48 | 125 |
| نانسي | 47.5 | 127 |
| خلودُ | 52 | 128 |
| أسيلُ | 49.5 | 129 |
| لانا | 55 | 129 |
| يقينُ | 55 | 133 |
| لورا | 55.5 | 135 |
| هيا | 61 | 137 |
| بيانُ | 65.5 | 140 |
| ياسمينُ | 60 | 143 |
| تمارا | 68 | 145 |

4. أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ، واصفًا الارتباطَ بينَ الكتلةِ والطولِ.
5. أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً للبياناتِ المُمثَّلةِ في شكلِ الانتشارِ.
6. صفاءُ إحدى طالباتِ الصفِّ السابعِ، وطولُها 132 cm
أستعملُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً لتقديرِ كتلتِها.
7. انتقلَتْ طالبةٌ في الصفِّ السابعِ منْ مدرسةٍ أُخرى إلى مدرسةِ هؤلاءِ الطالباتِ.
أُقدِّرُ طولَ الطالبةِ الجديدةِ، علمًا بأنَّ كتلتَها 45 kg

**يُمثِّلُ شكلُ الانتشارِ المجاورِ العلاقةَ بينَ طولِ الساعدِ $f$ بالسنتيمترِ، وطولِ الجسمِ $h$ بالسنتيمترِ لعشرةِ أشخاصٍ:**

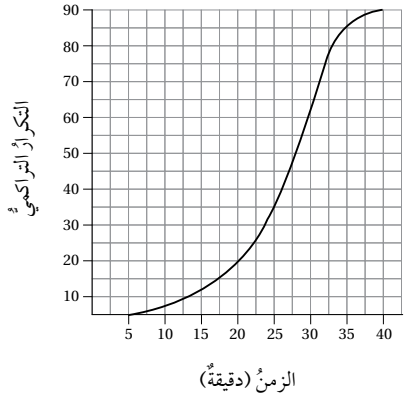



8. أَصِفُ الارتباطَ بينَ طولِ الجسمِ وطولِ الساعدِ.
9. أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أكتبُ معادلتَهُ.
10. أستعملُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً لتقديرِ طولِ شخصٍ، طولُ ساعدِهِ 27 cm

الدرسُ 2

# المنحنى التكراريُّ التراكميُّ
# Cumulative Frequency Graph

**سُجِّلَ الزمنُ الذي استغرقَتْهُ سيّارةُ الإسعافِ لنقلِ مريضٍ منْ مكانِهِ إلى المستشفى في عددٍ منَ الحالاتِ. مستعينًا بالمنحنى التكراريِّ التراكميِّ المجاورِ الذي يُمثِّلُ البياناتِ المُتعلِّقةَ بذلكَ:**




1. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ.
2. أَجِدُ المدى الربيعيَّ.
3. أَجِدُ المئينَ 40، مُفسِّرًا معناهُ.

**نشرَ موقعٌ إخباريٌّ 177 خبرًا في أحدِ الأيامِ. وقدْ رصدَ القائمونَ على الموقعِ عددَ الأشخاصِ الذينَ قرؤوا كلَّ خبرٍ، ثمَّ نظَّموا البياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المجاورِ:**

| الفئاتُ (عددُ القُرّاءِ) | التكرارُ (عددُ الأخبارِ) |
|---|---|
| $0 \le x < 50$ | 6 |
| $50 \le x < 100$ | 9 |
| $100 \le x < 150$ | 15 |
| $150 \le x < 200$ | 25 |
| $200 \le x < 250$ | 31 |
| $250 \le x < 300$ | 37 |
| $300 \le x < 350$ | 32 |
| $350 \le x < 400$ | 17 |
| $400 \le x \le 450$ | 5 |

4. أُكمِلُ جدولَ التكرارِ التراكميِّ.
5. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ.
6. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ، والمدى الربيعيَّ.
7. إذا قرَّرَ القائمونَ على هذا الموقعِ حذفَ الأخبارِ التي قرأَها أقلُّ منْ 60 شخصًا، فما عددُ الأخبارِ التي ستُحذَفُ؟

**خضعَتْ مجموعتانِ لاختبارِ حسابٍ ذهنيٍّ. وقدْ رُصِدَ عددُ الإجاباتِ الصحيحةِ لكلٍّ مجموعةٍ في الجدولِ الآتي:**

| عددُ الإجاباتِ الصحيحةِ | $0 \le x < 4$ | $4 \le x < 8$ | $8 \le x < 12$ | $12 \le x < 16$ | $16 \le x < 20$ |
|---|---|---|---|---|---|
| A: الفتيانُ | 5 | 9 | 23 | 28 | 17 |
| B: الفتياتُ | 6 | 10 | 19 | 25 | 22 |

8. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لكلٍّ منَ الفتيانِ والفتياتِ على ورقةِ الرسمِ البيانيِّ نفسِها.
9. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ، والمدى الربيعيَّ لكلٍّ منْهُما.
10. أيُّ المجموعتيْنِ أداؤُها أفضلُ في الاختبارِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

# الدرسُ 3

# مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ

## Measures of Variation for Frequency Tables with Class Intervals

**يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ الآتي توزيعًا لأطوالِ بعضِ النباتاتِ على مدارِ أسبوعٍ في تجربةٍ زراعيةٍ:**

| الطولُ (cm) | $(f)$ | $(x)$ | $f.x$ | $(x-\bar{x})$ | $(x-\bar{x})^2$ | $f\times(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $25 \le t < 29$ | 2 | | | | | |
| $30 \le t < 34$ | 4 | | | | | |
| $35 \le t < 39$ | 7 | | | | | |
| $40 \le t < 44$ | 10 | | | | | |
| $45 \le t < 49$ | 8 | | | | | |
| $50 \le t < 54$ | 6 | | | | | |
| $55 \le t \le 59$ | 3 | | | | | |
| المجموعُ | | | | | | |

1. أملأُ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ.
2. أُقدِّرُ كلًّا منَ الوسطِ الحسابيِّ، والتباينِ.

**يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعَ مدَّةِ الانتظارِ $t$ بالدقيقةِ لعددٍ منْ مُراجِعي دائرةٍ حكوميةٍ منْ لحظةِ أخْذِ المُراجِعِ بطاقةَ المراجعةِ إلى لحظةِ استدعائِهِ منَ الموظفِ المعنيِّ:**

| التكرارُ | الزمنُ (min) |
|---|---|
| 4 | $0 \le t < 5$ |
| 9 | $5 \le t < 10$ |
| 20 | $10 \le t < 15$ |
| 7 | $15 \le t < 20$ |
| 5 | $20 \le t \le 25$ |

3. أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ.
4. أُقدِّرُ التباينَ، والانحرافَ المعياريَّ.

5. **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجمعُ بياناتٍ لِـ 20 مشاهدةً، وأُنظِّمُها في جدولٍ تكراريٍّ ذي فئاتٍ، ثمَّ أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ والتباينَ.

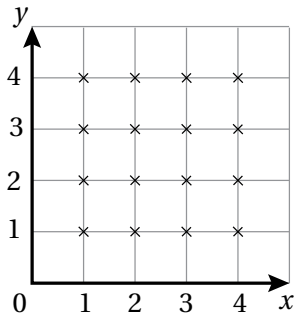
الدرسُ 4

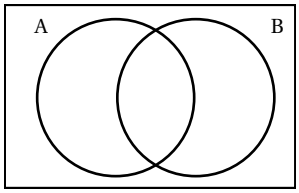
# احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ
# Probability of Mutually Exclusive Events

فــي تجربةِ اختيارِ عددٍ عشــوائيًّا منْ بينِ الأعــدادِ: 10 , 9 , 8 , 7 , 6 ، 5 , 4 , 3 , 2 , 1، إذا كانَ (A) حادثَ اختيارِ عددٍ أكبرَ منْ 4، و(B) حادثَ اختيارِ عددٍ يقبلُ القسمةَ على 3 منْ دونِ باقٍ، فأَجِدُ:

1. احتمالَ اختيارِ عددٍ أقلَّ منْ 4، ويقبلُ القسمةَ على 3
2. احتمالَ اختيارِ عددٍ أقلَّ منْ 4، أوْ يقبلُ القسمةَ على 3

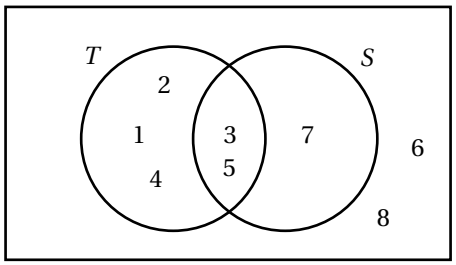
يُبيِّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ فضاءَ العيِّنةِ $\Omega$ لتجربةٍ عشوائيةٍ. إذا كانَ (A) يُمثِّلُ النقاطَ الواقعةَ على المستقيمِ $x = 3$، وكانَ (B) يُمثِّلُ النقاطَ الواقعةَ على المستقيمِ $y = 5 - x$ :




3. أُمثِّلُ التجربةَ في شكلِ ڤنْ المجاورِ.
4. إذا اختيرَتْ نقطةٌ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ تقعَ على كلا المستقيمَيْنِ: $x = 3$، وَ $y = 5 - x$؟

يُبيِّنُ شكلُ ڤنْ المجاورُ عددَ عناصرِ الحادثَيْنِ ($T$) وَ($S$) في تجربةٍ عشوائيةٍ. أستعملُ الشكلَ لإيجادِ احتمالِ كلٍّ منَ الحوادثِ الآتيةِ:




5. $P(T)$
6. $P(\overline{T})$
7. $P(S \cap T)$
8. $P(S \cup T)$

سُئِلَتْ 516 مهندسةً كهربائيةً وكيميائيةً وميكانيكيةً عنِ المبحثِ المُفضَّلِ لكلٍّ منْهُنَّ عندَما كُنَّ في الصفِّ العاشرِ، وقدْ نُظِّمَتْ إجاباتُهُنَّ في الجدولِ المجاورِ.

| المبحثُ المُفضَّل | العلومُ | الرياضياتُ | المجموعُ |
|---|---|---|---|
| مهندسةٌ كهربائيةٌ: | 90 | 85 | 175 |
| مهندسةٌ كيميائيةٌ: | 91 | 80 | 171 |
| مهندسةٌ ميكانيكيةٌ: | 81 | 89 | 170 |
| المجموعُ: | 262 | 254 | 516 |

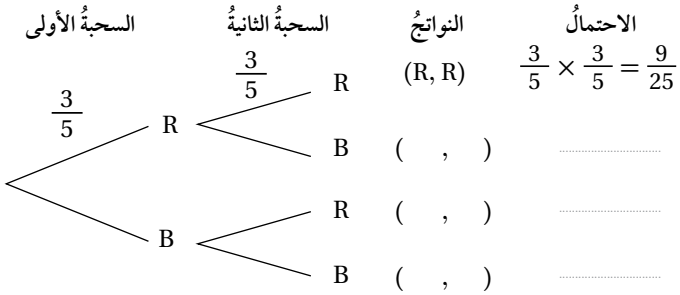
إذا اختيرَتْ مهندسةٌ عشوائيًّا منْ هذهِ العيِّنةِ، فما احتمالُ:

9. اختيارِ مهندسةٍ كهربائيةٍ تُفضِّلُ مبحثَ العلومِ؟
10. اختيارِ مهندسةٍ ميكانيكيةٍ تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ؟
11. اختيارِ مهندسةٍ ميكانيكيةٍ، أوْ مهندسةٍ تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ؟
12. اختيارِ مهندسةٍ لا تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ، لكنَّها ليسَتْ مهندسةً كيميائيةً؟

# الدرسُ 5

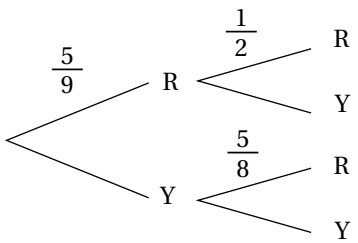
# احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ
# Probability of Independent and Dependent Events

**يحتوي كيسٌ على 3 كراتٍ زجاجيةٍ حمراءَ (R)، وَكرتيْنِ زجاجيتيْنِ زرقاويْنِ (B)، علمًا بأنَّ جميعَ الكراتِ مُتماثِلةٌ. إذا سُحِبَتْ منَ الكيسِ كرتانِ على التوالي معَ الإرجاعِ:**




1. أُكمِلُ الشجرةَ الاحتماليةَ المجاورةَ.
2. أَجِدُ احتمالَ أنْ تكونَ الكرتانِ المسحوبتانِ منَ اللونِ نفسِهِ.
3. أَجِدُ احتمالَ أنْ تكونَ واحدةٌ على الأقلِّ منَ الكراتِ المسحوبةِ حمراءَ اللونِ.
4. أَجِدُ احتمالَ ألّا تكونَ الكرتانِ المسحوبتانِ حمراويْنِ.

**يحتوي كيسٌ على 5 حبّاتِ حلوى بنكهةِ النعناعِ (R)، وَ4 حبّاتٍ أُخرى بنكهةِ الكراميلِ (Y)، علمًا بأنَّ جميعَ الحبّاتِ مُتماثِلةٌ. اختارَ طفلٌ منَ الكيسِ حبَّةَ حلوى عشوائيًّا وأكلَها، ثمَّ اختارَ حبَّةً أُخرى عشوائيًّا وأكلَها:**




5. أُكمِلُ الشجرةَ الاحتماليةَ المجاورةَ.
6. ما احتمالُ أنْ يكونَ الطفلُ قدَ أكلَ حبَّتَيْ حلوى بنكهةِ الكراميلِ؟
7. مـا احتمالُ أنْ يكونَ الطفلُ قدْ أكلَ حبَّةَ حلوى بنكهةِ النعناعِ في المرَّةِ الثانيةِ، علمًا بأنَّهُ أكلَ حبَّةً بنكهةِ الكراميلِ في المرَّةِ الأولى؟

**إذا كانَ $P(A) = 0.5, P(B) = 0.7, P(A \cup B) = 0.8$، فأَجِدُ:**

8. $P(A \cap B)$
9. $P(B \mid A)$
10. $P(A \mid B)$

11. أُلقِيَ حجرُ نردٍ منتظمٍ عشـوائيًّا مرَّتيْنِ متتاليتيْـنِ، وجُمِعَ الرقمانِ الظاهرانِ على الوجهِ العلـويِّ. أَجِدُ احتمالَ أنْ يكونَ المجموعُ 8 إذا ظهرَ الرقمُ 5 مرَّةً واحدةً على الأقلِّ.