



المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات
الصف: العاشر الأساسي

المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتائج
الأساسية لمبحث الرياضيات

ثالثاً: تحليل العبارة التربيعية

لوحة مستطيلة الشكل مساحتها بالوحدات المربعة $(س^2 + ٤س + ٣)$. إذا كان طولها $(س + ٣)$ وحدة طول؛ فما عرضها؟



ماذا سأتعلم؟

- العبارة التربيعية.
- تحليل العبارة التربيعية.

يُسمى المقدار $أس^٢ + بس + ج$ ، $أ \neq ٠$ ، $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداداً حقيقية؛ العبارة التربيعية.

تحليل العبارة التربيعية

ثانياً: إذا كان معامل $س^٢$ ، $أ \neq ١$

أولاً: إذا كان معامل $س^٢$ ، $أ = ١$

مثال (١)

أحلّ كل ما يأتي:

$$(١) س^٢ + ٥س + ٦ \quad (٢) س^٢ - ١١س + ٢٤ \quad (٣) س^٢ + ٣س - ٤$$

الحل:

$$(١) س^٢ + ٥س + ٦$$

$$= (س + ٢) (س + ٣)$$

$$(٢) س^٢ - ١١س + ٢٤$$

$$= (س - ٨) (س - ٣)$$

$$(٣) س^٢ + ٣س - ٤$$

- س

$$= (س - ١) (س + ٤)$$

$$+ ٣س$$

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٦، وناتج جمعهما ٥ (هما: ٢ و ٣).

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٢٤، وناتج جمعهما -١١ (هما: -٣، -٨).

البحث عن عددين حاصل ضربهما -٤، وناتج جمعهما ٣ (هما: ١، -٤).

للتأكد من الحد الأوسط؛ نضرب الحدّين على الطرفين والحدّين

الأوسطين ونجمعهما $(-س + ٤س = ٣س)$.

أحاولُ أُحلُّ كُلَّ ممَّا يأتِي:

$$(١) \text{ س}^٢ + ٧ \text{ س} + ١٢ \quad (٢) \text{ س}^٢ - ٨ \text{ س} + ١٦ \quad (٣) \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س} - ٦٠$$

مثال (٢)

أحلُّ كُلَّ ممَّا يأتِي:

$$(١) \text{ س}^٣ + ٤ \text{ س} + ١ \quad (٢) \text{ س}^٢ - ٧ \text{ س} - ٤$$

الحل:

تحليل س^٣ إلى عواملها وتحليل الحد المطلق إلى عوامله؛ مع مراعاة إشارات الحدود.
أتأكد من التحليل؛ بضرب الحدين في الطرفين والحدين الأوسطين ثم أجمعهما.

$$(١) \text{ س}^٣ + ٤ \text{ س} + ١ = (\text{س} + ١)(\text{س}^٢ + ٣ \text{ س} + ١)$$

للتأكد من الحد الأوسط: (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط).

$$(٢) \text{ س}^٢ - ٧ \text{ س} - ٤ = (\text{س} - ٤)(\text{س} + ١)$$

أحاولُ ما يأتِي إلى عوامله:

$$(١) \text{ س}^٢ + ١٠ \text{ س} + ٨ \quad (٢) \text{ س}^٢ + ٥ \text{ س} + ٤٥ + ٧٠$$



(١) أحلّل كلّاً ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحة:

(أ) $س^2 + ٤س - ٣٢$

$(س + ٨) (س + ٤)$

$(س + ١٦) (س - ٢)$

$(س + ٢) (س - ١٦)$

$(س + ٨) (س - ٤)$



(ب) $س^2 + ١١س + ٢٨$

$(س + ٤) (س - ٧)$

$(س + ١٤) (س + ١٤)$

$(س + ٢) (س + ١٤)$

$(س + ٧) (س + ٤)$



(ج) $س^2 - ٦س - ٢$

$(س - ٦) (س - ١)$

$(س - ١) (س + ٣)$

$(س - ٣) (س + ١)$

$(س + ١) (س - ٣)$



(٢) أجدُ ٣ قيمٍ للرمز (ك) لتُصبح العبارة التربيعيّة الآتيّة قابلةً للتّحليل إلى العوامل، ثمّ أحلّل كلّ حالة:

$س^2 - ٣س + ك$

(٣) أكتبُ تعبيراً جبريّاً يُمثّل محيطَ لوحِ خلايا شمسيّةٍ مستطيّلةٍ الشكل، مساحتها $(س^2 + ٤س - ٨١)$ وحدةً مربّعةً.

(٤) ما قيمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلّ ممّا يأتي صحيحاً:

(أ) $س^2 + كس - ١٩ = (س - ١٩) (س + ١)$.

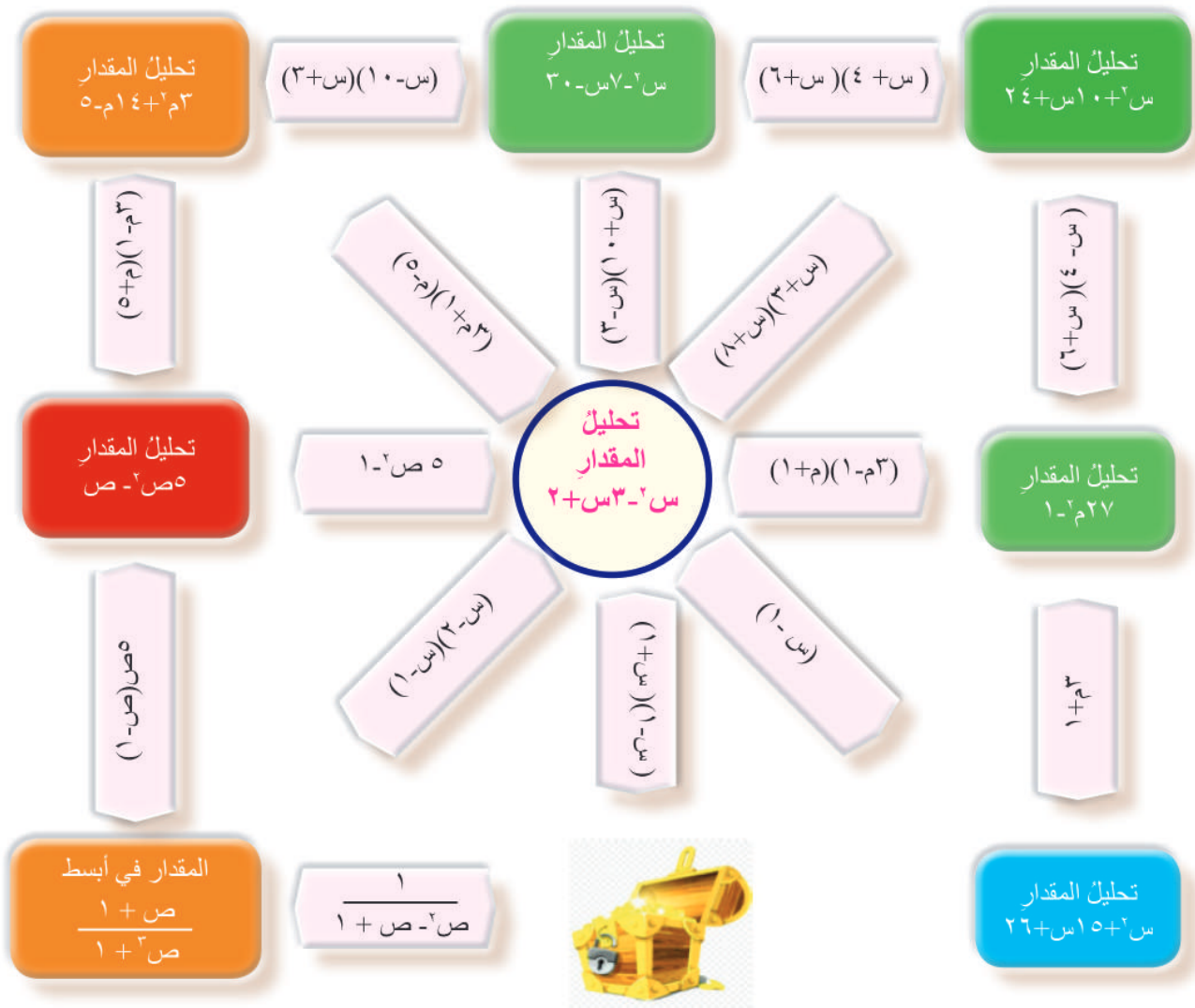
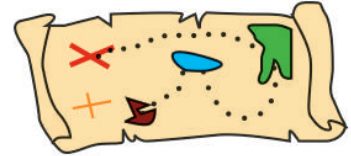
(ب) $س^2 + كس - ٢١ = (س - ٢) (س + ٧)$.

(٥) أنا أحدُ عواملِ العبارة التربيعيّة $س^2 - ٢١س + ٤$ ، إذا كان أحدُ العوامل $(س - ٤)$ ؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبة

لعبة المتاهة

لا تنتظرُ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَيْنِ.



ثانيًا: حلّ المعادلة التربيعية



مربعان يزيد طول أحدهما على الثاني
بالسنتيمترات بمقدار ٣، وكان مجموع
مساحتهما بالسنتيمترات المربعة ٢٦٩
ما طول ضلع كل منهما؟

ماذا سأتعلم؟

- المعادلة التربيعية.
- حلّ المعادلة التربيعية.
- القانون العامّ لحلّ المعادلة التربيعية.
- ممیز العبارة التربيعية.

الصورة العامة للمعادلة التربيعية بمتغير واحد هي: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$ ، أ، ب، ج أعداد حقيقية $أ \neq ٠$

أما حلّ المعادلة فهو إيجاد قيم (س) التي تُحقّق المعادلة، وتُسمى جذور المعادلة. ويوجد عدّة طرائق لحلّ المعادلة التربيعية.

حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل:

خطوات حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل:

(١) أكتب المعادلة التربيعية بالصورة العامة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

(٢) أحلّ المعادلة التربيعية إلى عواملها الأولية؛ بكتابتها على شكل حاصل ضرب عبارتين خطيتين.

(٣) أستمع الخصيّة الصفريّة.

(٤) أحلّ المعادلتين الخطيتين التي حصلت عليهما في الخطوة السابقة.

أتعلم

إذا كان أ، ب عددين حقيقيين، وكان $أ \times ب = ٠$ صفراً؛ فإنّ $أ = ٠$ صفراً أو $ب = ٠$ صفراً أو كليهما يساوي صفراً.

تُسمى هذه الخصيّة الخاصيّة الصفريّة.

مثال (١)

أحلّ المعادلتين الآتيتين:

$$(١) \text{ س}^٢ - ٤ = ٥ \quad (٢) \text{ س}^٢ + ٧ = ٨ - \text{س}$$

الحل:

$$(١) \text{ س}^٢ - ٤ = ٥ - \text{س}$$

$$\text{س}^٢ - ٩ = -\text{س}$$

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

تحليل المعادلة باستعمال الفرق بين مربعين.

استعمال الخاصية الصفرية.

$$(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣) = ٠$$

$$\text{إما س} - ٣ = ٠ ، \text{ ومنه س} = ٣$$

$$\text{أو س} + ٣ = ٠ ، \text{ ومنه س} = -٣$$

إذن: مجموعة الحل هي: $\{٣، -٣\}$.

$$(٢) \text{ س}^٢ + ٧ = ٨ - \text{س}$$

$$(\text{س} - ١)(\text{س} + ٨) = ٠$$

البحث عن عددين حاصل ضربهما $(٨-)$ ومجموعهما $(٧+)$.

استعمال الخاصية الصفرية.

$$\text{إما س} - ١ = ٠ \text{ صفر} ، \text{ ومنه س} = ١$$

$$\text{أو س} + ٨ = ٠ ، \text{ ومنه س} = -٨$$

مجموعة حل المعادلة هي: $\{١، -٨\}$.

أجد حلّ المعادلتين الآتيتين:

أحاول

$$(٢) \text{ س}^٢ - ٤ = ٥ - \text{س}$$

$$(١) \text{ س}^٢ + ٣ = ٢ + \text{س}$$

حلّ المعادلة التربيعية باستعمال القانون العام:

$$\text{أنامل المعادلات الآتية: } \text{س}^٢ - ٤ = ٥ - \text{س} ، \text{ س}^٢ - ٢ = ١٠ - \text{س} ، \text{ س}^٢ + ٣ = ٧ + \text{س}$$

سأجد صعوبة في حلّ هذه المعادلات بالتحليل إلى العوامل الأولية؛ لذا، **أستعمل القانون العام**

لحلّ المعادلة التربيعية.

أي معادلة تربيعية $أس^٢ + بس + ج = ٠$ ، حيث $أ، ب، ج$ أعداد حقيقية، $أ \neq ٠$ ، يُمكنني حلها باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية، وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

ويُسمى المقدار $ب^٢ - ٤أج$ **مميز المعادلة التربيعية** ويُرمز له بالرمز Δ : $ب^٢ - ٤أج \leq ٠$ (لماذا؟)

ألاحظ أن المميز يُمكن استعماله للكشف عن إمكانية تحليل المعادلات التربيعية وتحديد عدد الحلول الحقيقية (إن وجدت).

إذا كان:

(١) $\Delta < ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقيين مختلفين.

(٢) $\Delta > ٠$ فإنه لا يوجد للمعادلة التربيعية جذور حقيقية.

(٣) $\Delta = ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذراً حقيقياً مكرراً هو $س = \frac{-ب}{٢أ}$

مثال (٢)

أجد قيمة المميز للمعادلة التربيعية $٣س^٢ - ٤س - ١٠ = ٠$ ، ثم أثبت أن المعادلة حلول حقيقية.

الحل:

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

$$٣س^٢ - ٤س + ١٠ = ٠$$

تحديد معاملات الحدود

$$أ = ٣، ب = -٤، ج = ١٠$$

كتابة مميز المعادلة التربيعية.

$$\Delta = ب^٢ - ٤أج$$

تعويض قيم $أ، ب، ج$.

$$= (-٤)^٢ - ٤(٣)(١٠)$$

$$= ١٦ - ١٢٠$$

$$= -١٠٤ \text{ المميز } < ٠$$

∴ لا يوجد حلول حقيقية للمعادلة التربيعية

أجد قيمة المميز للمعادلة التربيعية $س^2 + 1 + 3س = 0$ ؛ ثم أثبت أن إذا كان للمعادلة حلول حقيقية.

مثال (٣)

أجد حل المعادلة $س^2 + 3س - 3 = 0$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية:

الحل:

تحديد معاملات الحدود.

$$ا = ١ ، ب = ٣ ، ج = -٣$$

كتابة مميز المعادلة التربيعية.

$$\Delta = ب^2 - ٤ \times ا \times ج = ٩ - ٤ \times ١ \times (-٣) = ٢١$$

تعويض.

$$= \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{-٣ \pm \sqrt{٢١}}{٢}$$

$$= \frac{-٣ \pm ٤.٥٨}{٢}$$

إذن: يوجد للمعادلة حلان حقيقيان.

$$س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٢١}}{٢}$$

كتابة القانون العام لحل المعادلة التربيعية.

$$س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٣٣}}{٤}$$

التعويض في القانون، ثم التبسيط.

أجد حل المعادلة $س^2 - 3س = 4$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية.

حل المعادلة التربيعية على الصورة: $(ا س + ب) = ج$

مثال (٤)

أجد حل المعادلة $س^2 = ٤(س + ٣)$

الحل:

$$س^2 = ٤(س + ٣)$$

$$\sqrt{س^2} = \sqrt{٤(س + ٣)}$$

$$س = ٤ \pm ٣$$

$$س = ٤ + ٣ ، ومنه س = ٧$$

$$أو س = ٤ - ٣ ، ومنه س = ١$$

أخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة.

تطبيق القاعدة.

حل المعادلة الخطية.

فائدة

$$\sqrt{س^2} = |س|$$

إذا كان $|س| = ا$ ؛ حيث

$$ا \geq ٠ ، فإن:$$

$$س = ا أو س = -ا$$

هل للمعادلة $s^2 = 4$ - حل؟ لماذا؟

أحل المعادلة (س - 3) $9 - 4 = 0$

أحاول

أختبرُ تعلّمي

(١) أحل المعادلات الآتية:

(أ) $s^2 - 25 = 0$ (ب) $s^2 + 6 = 5$ ص

(٢) إذا كانت $s^2 + 4$ س $+ 3 = 0$ ، فأجد قيمة (أ) التي تجعل للمعادلة حلاً وحيداً.

(٣) يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعةً على شكل متوازي مستطيلات أبعادها بالسنتيمترات: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمها يساوي ١٠٠ سم^٣. أجد قيمة (س).

(٤) أحل المعادلة $s^3 + 2s + 4 = 1 - s$

(٥) ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤؟

(٦) حلت بيان المعادلة $(s + 1)^2 = 100$ كالآتي:

$$(s + 1)^2 = 100$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$s + 1 = 10$$

$$s = 9$$

أبين الخطأ الذي وقعت فيه.

أولاً: الأسس النسبية وقوانينها



هل أنا بارع بلعب المكعب السحري (روبك)؟
إذا علمت أن حجم المكعب السحري المسموح
به في المباراة هو ٢٧٠٠٠ مم^٣، فما طول
ضلع هذا المكعب؟

ماذا سأتعلم؟

- الأسس النسبية.
- قوانين الأسس.
- تبسيط التعابير.

نشاط



أتمل البطاقات الآتية، وأمل الفراغ في كل منها:

$$\frac{1}{3} \sqrt[3]{8}$$

$$\sqrt[3]{8} - 3$$

$$\sqrt[3]{8}$$



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \times \frac{1}{\square} \times \frac{1}{\square}$$

$$\square = 8 \times 8 \times 8$$

ألاحظ أن:

البطقتين الأولى والثانية، تحتوي على أسس لأعداد صحيحة وقد درستها سابقاً. ولكن، كيف سأجد
الحل في البطاقة الثالثة؟ ما نوع الأس فيها؟

تكتب $\sqrt[3]{8}$ على الصورة $\sqrt[3]{8^1}$ ويُسمى $\left(\frac{1}{3}\right)$ **أساً نسبياً**.

أتعلم

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كان (ن) عدداً زوجياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً ليس سالباً).

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كان (ن) عدداً فردياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً).

مثال:

$$\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}^1} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$$

الأس النسبي الأس دليل الجذر

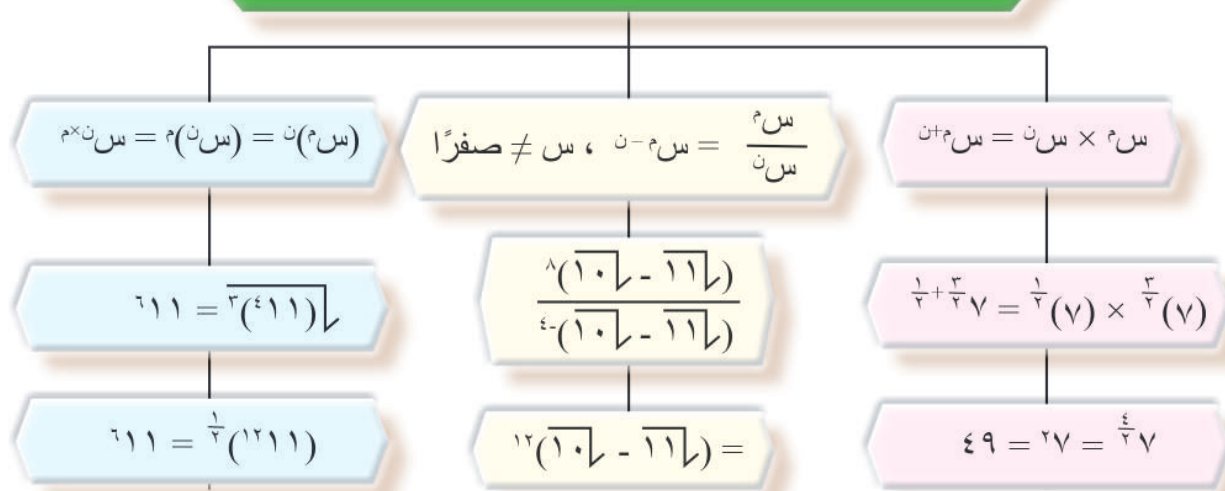
مثال (١)

أكتب $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ على صورة أسس نسبية، ثم أجد قيمتها:

الحل: $\frac{1}{4} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

أجد قيمة كل من: $\frac{1}{4}(625)$ ، $\sqrt[6]{\frac{729}{64}}$

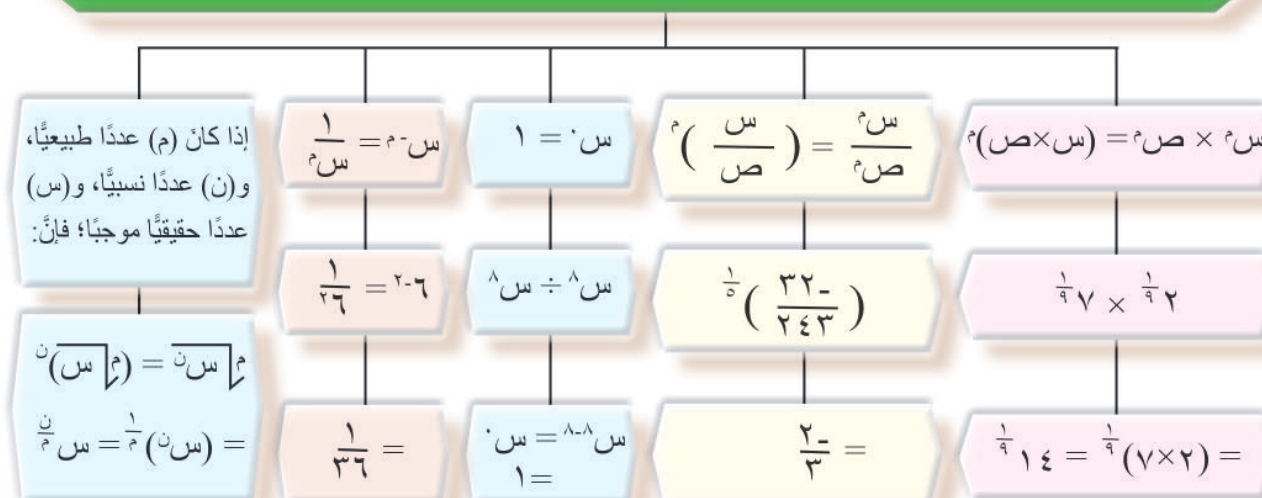
إذا كان (س) عددًا حقيقيًا، وكان (م)، (ن) عددين نسبیین؛ فإن:



أجد قيمة كل مما يأتي:

$\sqrt[3]{(-62)^{-4}}$	$\frac{1^8(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{7})}{1^6(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{7})}$	$\frac{1}{3}(64) \times \frac{1}{3}(64)$
------------------------	---	--

إذا كان (س) و(ص) عددين حقيقيين، حيث $س \neq 0$ ، $ص \neq 0$ ، وكان (م) عددًا نسبيًا؛ فإن:



يمكنني تبسيط العبارات التي تتضمن أسسًا نسبيّة؛ عن طريق تحويل الأسس السالبة إلى موجبة، ثم التبسيط باستعمال قوانين الأسس.

مثال (٢)

أجد قيمة المقدار الآتي في أبسط صورة: $\sqrt[9]{\frac{9 \cdot 5 \times 2 \cdot 3}{11 \cdot 3}}$

تبسيط ما داخل الجذر باستعمال قوانين الأسس.

$$\sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 9 \cdot 3} = \sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 11 \cdot 2 \cdot 3}$$

تحويل الجذر إلى أس نسبي.

$$\frac{1}{9}(9 \cdot 5 \times 9 \cdot 3) =$$

تغيير الأس السالب إلى موجب $(\frac{1}{9} = 9^{-1})$.

$$\frac{3}{5} = 9^{-1} \times 9 \cdot 3 = (9^{-1} \times 9 \cdot 3) =$$

أحاول

أجد قيمة المقادير الآتية في أبسط صورة:

$$\sqrt[5]{\frac{10 \cdot 9 \times 8}{10(4 \times 2)}} \quad \text{(ب)}$$

$$\sqrt[4]{\left(\frac{6 \cdot 7 \times 4}{3 \cdot 4 \times 7}\right)} \quad \text{(أ)}$$

أختبر تعلمي

(١) أجد قيمة كل مما يأتي:

$$\sqrt[7]{(13)^7} \quad \text{(د)}$$

$$\sqrt[4]{\frac{(32)}{4}} \quad \text{(ج)}$$

$$\sqrt[4]{(64)} \quad \text{(ب)}$$

$$\sqrt[3]{(25)} \quad \text{(أ)}$$

(٢) أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{(3)^2}\right)} \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{\sqrt{(6) - (11)}}{\sqrt{(6) - (11)}} \quad \text{(أ)}$$

$$\sqrt[3]{\frac{62 \times (5 \times 2)}{80 \times 210}} \quad \text{(د)}$$

$$\sqrt[2]{(4 \cdot 8) \times 7 \cdot 8} \quad \text{(ج)}$$

٣) أجبَ رشيدٌ عن ورقةٍ عملٍ خاصّةٍ بقوانينِ الأسسِ كالآتي، أساعدهُ على الحكمِ على صحّةِ إجابةٍ كلّ سؤالٍ؛ موضّحاً ذلك في العمودِ الثاني من الجدولِ:

السؤال	الإجابةُ (مع التوضيح)
$٤ = ٠,٢٥٤ \times ٠,٧٥٤$	
$٣ع = ١٠ع \div ٧٠ع$	
$\sqrt[٦]{٦س} = ٦س - ٦س$	
$٦ل٣- = ٢(٣ل٣-)$	
$\sqrt[٧]{ص٨} = \sqrt[٣]{(ص٢-)} \times \sqrt[٨]{ص٨}$	
$\sqrt[٥]{١٠} = \sqrt[٥]{٥} + \sqrt[٥]{٥}$	
$\frac{٣}{٥} = \sqrt[٢]{\left(\frac{٤٥}{١٢٥}\right)^{\frac{١}{٤}}}$	

مسألة مفتوحة: أكتب مسألةً رياضيّةً تعتمدُ على الأسسِ، تُوضّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسح رمزَ الاستجابة السريعة المجاور؛ لمشاهدة الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.



أبحثُ عن اسمِ العالمِ المسلم الذي يُعدُّ أوّلَ من استعملَ الأسسَ السالبة، وعن اسمِ أوّلِ عالمٍ استعملَ الأسسَ النسبيّةَ في الرياضيات.



أُجِيبُ عَنْ كُلِّ سُؤَالٍ فِي مَا يَأْتِي:

نشاط



أولاً: المسافة بين نقطتين



كيف يعمل نظام GPS؟

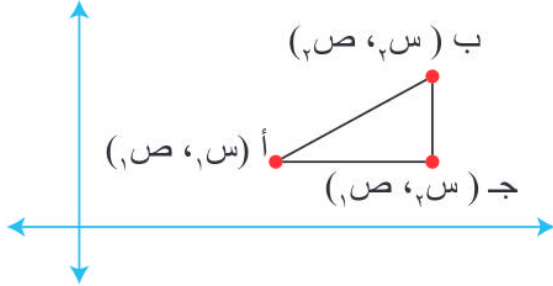
تستطيع طائرة الإنقاذ المروحية التحليق ٩٠٠ كم قبل إعادة تزويدها بالوقود. إذا كانت مهمة الطائرة نقل شخص من مكة المكرمة إلى الرياض، وافترضنا أن المدينة المنورة هي نقطة الأصل، ومكة المكرمة عند النقطة (٠، ٤٠٠) والرياض عند النقطة (٨٠٠، ٠)؛ فهل يمكن للطائرة إكمال المهمة من دون التزود بالوقود في أثناء الطريق؟

ماذا سأتعلم؟

- المسافة بين نقطتين.

نشاط

في الشكل المجاور، إذا كان إحداثي النقطة أ (س_١، ص_١)، وإحداثي النقطة ب (س_٢، ص_٢)، فإن:



$$\text{طول } \overline{AB} = \text{ص}_2 - \text{ص}_1$$

$$\text{وطول } \overline{AC} = \dots\dots\dots$$

باستعمال نظرية فيثاغورس،

$$\text{طول } \overline{AB} = \dots\dots\dots$$

أتعلم

إذا كانت النقطتان أ (س_١، ص_١)، ب (س_٢، ص_٢) نقطتين في المستوى الإحداثي؛ فإن المسافة بينهما

$$\text{هي: } \overline{AB} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

مثال (١)

أجد المسافة بين النقطتين ل (٣، ٣)، ن (٩، ٢-)

س_١ = ٣، ص_١ = ٣، س_٢ = ٩، ص_٢ = ٢- تحديد الإحداثي السيني والصادي في كل نقطة؛ (المعطيات).

$$\text{المسافة بين النقطتين ل، ن هي طول ل ن} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2} \quad \text{القانون}$$

$$= \sqrt{(٣ - ٩)^2 + (٣ - ٢-)^2} \quad \text{التعويض.}$$

$$= \sqrt{(١٢)^2 + (٥-)^2} \quad \text{التبسيط.}$$

$$= \sqrt{١٤٤ + ٢٥}$$

$$= \sqrt{١٦٩} = ١٣ \text{ وحدة طول}$$

مثال (٢)

أجد القيم الممكنة جميعها للمتغير (أ)، إذا علمت أن المسافة بين النقطتين ك (-٥، أ)، ل (٣، ١) تساوي $\sqrt{89}$ وحدة طول.

تحديد الإحداثيين السيني والصادي في كل نقطة.
القانون.

التعويض.

تربيع الطرفين للتخلص من الجذور.

تبسيط المعادلة.

طرح ٦٤ من الطرفين.

$$\text{الحل: } س = -٥، ص = ١، أ = ٣، س = ٣، ص = ١$$

$$\text{المسافة بين النقطتين} = \sqrt{(س - ص)^2 + (س - ص)^2}$$

$$\sqrt{(١ - ٣)^2 + (-٥ - ٣)^2} = \sqrt{89}$$

$$١ + ٦٤ = ٨٩$$

$$١ + ٦٤ = ٨٩$$

$$١ = ٢٥$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين: إما ١ - أ = ٥ ومنها أ = ٤-
وإما ١ - أ = ٥- ومنها أ = ٦

أتعلم

إذا كان |س| = ب،
فإن س = ب،
أو س = -ب

إذا كانت أ ب قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{41}$ وحدة طول، وكانت أ (-١، س)،
ب (٤، ٤)، فما قيم (س) الممكنة؟

أختبر تعلمي



(١) أعدد اسم البطاقة التي تحمل الإجابة الصحيحة، للمسافة بين النقطتين لكل من النقاط الآتية:

البطاقة الخضراء
١٠

البطاقة الوردية
٩

البطاقة الزرقاء
٨، ٤٩

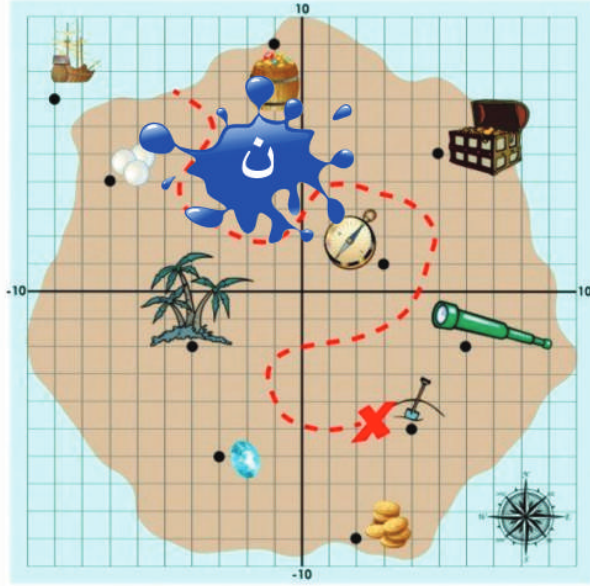
البطاقة الصفراء
٧

أ) م (-٥، ٢)، ن (-١، ٦) :

ب) س (٣، ٢)، ص (-٣، ٤) :

ج) ل (٣، ٣)، ع (-٣، ٤) :

٢) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين؛ أجد طريقة لتحديد إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية أم لا:
حيث: أ(-٣، ٧)، ب(٤، ٠)، ج(-٤، ٤).
٣) دائرة مركزها النقطة م(٠، ٨)، وتمرُّ بالنقطة هـ(٨، ١٤). ما طول قطرها؟



٤) بينما كان أيهم يحسب المسافة الأقصر ليصل إلى الكنز، وقعت بقعة من الحبر على إحدى النقاط المهمة، ولم يتمكن من تذكر أحد إحداثياتها. أساعد أيهم على إيجاد القيمة (القيم المحتملة) لهذه النقطة؛ علماً بأن المسافة بين النقطتين:
م(أ، ٧)، ن(-٣، ٢) هي ٥ وحدات طول.

أفسر ؟
لماذا توجد قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لنقطة؛ عند إعطاء إحداثيات نقطتين والمسافة بينهما؟



٥) أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم السفينة، فاستعمل سعد القارب ليصل إلى المطعم، بينما استعمل جمال سيارته (أتأمل الشكل المجاور).
أ) ما المسافة التي قطعها كل منهما ليصل إلى المطعم؟
ب) من منهما كانت طريقته أقصر من حيث المسافة؟
ج) كم يبعد بيت سعد عن بيت جمال؟

٦) أجد مساحة الشكل الذي يقع في المستوى الإحداثي عند النقاط: ن(٣، ٩)، ل(٣، ٥)، هـ(٥، ٩).
(مساعدة: أحدد النقاط بالمستوى الإحداثي ثم أصل بينها لأعرف الشكل الناتج)



أبحث نظراً لأن الأرض ليست مسطحة ولأنها سطح منحني؛

فهل حساب المسافة باستعمال نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) تُقاس كما تعلمت اليوم باستعمال المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي، أم تُستعمل طريقة أخرى؟ أبحث عن الإجابة الصحيحة موضحاً إجابتي.

ثانيًا: معادلة الخطّ المستقيم

ماذا سأتعلّم؟

- ميل الخطّ المستقيم.
- معادلة الخطّ المستقيم.



هل مدرستي مُعدّة لدمج الطلبة ذوي الإعاقة؟
من الإرشادات الخاصة التي يُمكن اتّباعها لدمج الطلبة ذوي الإعاقة في مدارسنا، توفير السطوح المائلة لهم؛ لتسهيل حركة الكراسي المدوّلة الخاصة بهم. ويُمكن استعمال القياسات الموصى بها عالمياً بارتفاع عمودي مقدارُه مترٌ واحدٌ لكلّ ١٢ مترًا أفقيًا للسطوح المائلة*.
النسبة $(\frac{1}{12})$ تُسمّى ميل السطح المائل وتصفُ شدّة انحداره. إذا كان الارتفاع العمودي $(\frac{1}{4})$ م، فما أقلُّ بعدٍ أفقيٍّ مناسب؟ وما ميل سطحه؟

أتعلّم

ميل الخطّ المستقيم الذي يمرُّ بالنقطتين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$
 $س_١ \neq س_٢$ ، ويُرمز للميل بالرمز (م).

مثال (١)

أجد ميل الخطّ المستقيم المارَّ بالنقطتين $(٥ ، ٣)$ ، $(٢- ، ٠)$.

المعطيات:

الحل: $س_١ = ٣$ ، $ص_١ = ٥$ ، $س_٢ = ٠$ ، $ص_٢ = ٢-$

قانون ميل الخطّ المستقيم.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

تعويض:

$$\frac{٧}{٣} = \frac{٧-}{٣-} = \frac{٥-٢-}{٣-٠} =$$

أجد ميل الخطّ المستقيم المارَّ بالنقطتين $(٣ ، ٤-)$ ، $(١٥ ، ٨)$.

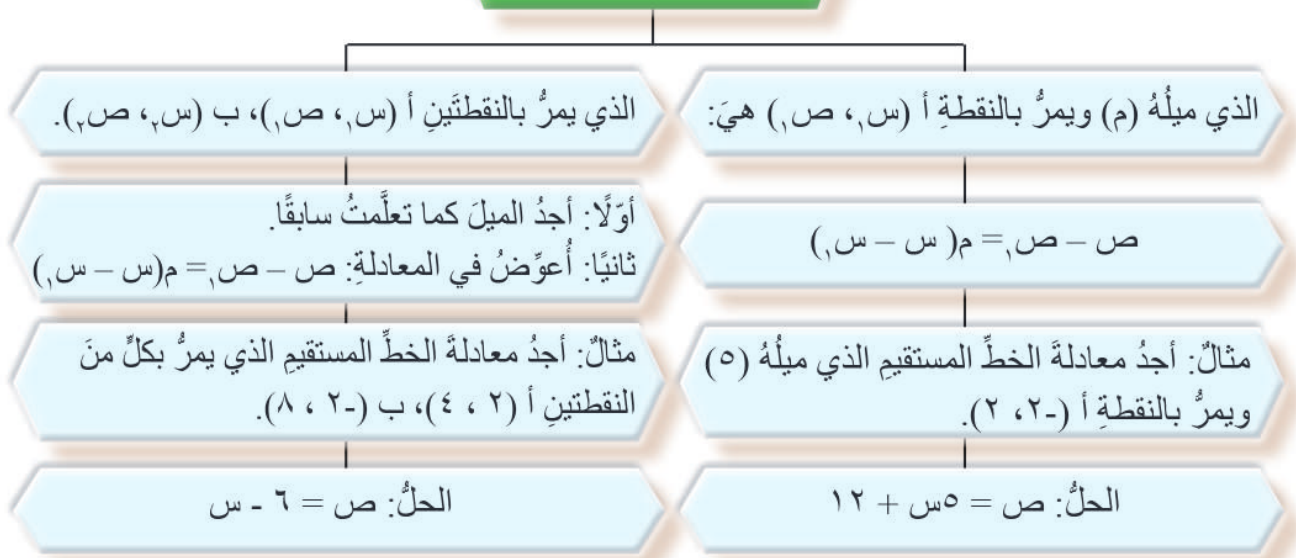
أحاول

أتعلّم

معادلة الخطّ المستقيم الذي ميله (م) ويمرُّ بالنقطة أ $(س_١ ، ص_١)$ هي:

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

معادلة الخط المستقيم



مثال (٢)

أكتب معادلة الخط المستقيم، في كلّ حالةٍ من الحالات الآتية:

(أ) ميله ٤ ويمرُّ بالنقطة (٣، -٥). (ب) يمرُّ بالنقطتين أ (١، ٧)، ب (٤، -٢).

المعطيات:

الحل: أ (م = ٤، س_١ = ٣، ص_١ = -٥

معادلة الخط المستقيم:

$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$

تعويض:

$$ص - (-٥) = ٤(س - ٣)$$

تبسيط:

$$ص + ٥ = ٤س - ١٢$$

$$ص = ٤س - ١٧$$

المعطيات:

(ب) س_١ = ١، ص_١ = ٧، س_٢ = ٤، ص_٢ = -٢

قانون، تعويض، تبسيط:

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{-٢ - ٧}{٤ - ١} = \frac{-٩}{٣} = -٣$$

معادلة الخط المستقيم:

$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$

تعويض (يجوز استعمال النقطة (ب) بالتعويض).

$$ص - ٧ = -٣(س - ١)$$

تبسيط:

$$ص - ٧ = -٣س + ٣$$

$$ص = -٣س + ١٠$$

أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيم لكلِّ ممَّا يأتي:
 أ (ميلُهُ يساوي ٥، ويمرُّ بالنقطة ن (٢-، ٣).
 ب) يمرُّ بالنقطتين: أ (٢، -١)، ب (١، ١).

المقطع الصادي للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي السيني صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (٠، ص).
المقطع السيني للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي الصادي صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (س، ٠).

أختبرُ تعلّمي

١) أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيم في كلِّ ممَّا يأتي:
 أ) ميلُهُ -٦، ويمرُّ بنقطة الأصل.
 ب) يمرُّ بالنقطتين (٣-، ٤-)، (١، ٠).

٢) أساعدُ سلمى في البحثِ عن الحالةِ الصحيحة التي تكونُ فيها معادلةُ الخطِّ المستقيم، هي:
 $ص = ٥س + ١٣$

الميلُ = ٥
 يمرُّ بالنقطة (٢-، ٣)

يمرُّ بالنقطتين:
 (٢-، ٥)
 (٢-، ٣)

الميلُ = ٥
 المقطعُ الصادي = ٣

٣) إذا كانتِ النقطة (١، ٢-) تقعُ على الخطِّ المستقيم الذي معادلتهُ $ص = ٢س - ٧$ ؛ صفراً؛ فأحسبُ قيمةَ (أ).



في مسابقة من سيريخ المليون، بقيَ لَدَي ٤ أسئلةٍ فقط وأحصلُ على المليون! ولكن مع الأسف لم يبقَ لَدَي أي وسيلة مساعدة.



(١) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدتان، أي النقاط الآتية تقع على الدائرة:

(ب) $(-٢, ١)$

(أ) $(١, ٢)$

(د) $(١, \sqrt{٢})$

(ج) $(\sqrt{٣}, ١)$

(٢) إذا كان البعد بين النقطتين (أ، ٧)، $(-٢, ٣)$ يُساوي ٥؛ فإنَّ قِيَم (أ) تُساوي:

(ب) $-٧, ٣$

(أ) $-١, ٥$

(د) $-٣, ٧$

(ج) $-٥, ١$

(٣) معادلة الخط المستقيم الذي ميله $(٥, ٠)$ ، ويمرُّ بالنقطة $(-٢, ٥)$ ، هي:

(ب) $٥, ٠ = ص - ٤$

(أ) $٥, ٠ = ص - ٤$

(د) $٥, ٠ = ص - ٦$

(ج) $٥, ٠ = ص + ٦$

(٤) ميل الخط المستقيم الذي معادلته $ص - ٤ = ٧ (٤ - س)$ ، يُساوي:

(ب) -٤

(أ) ٤

(د) -٧

(ج) ٧

أولاً: النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

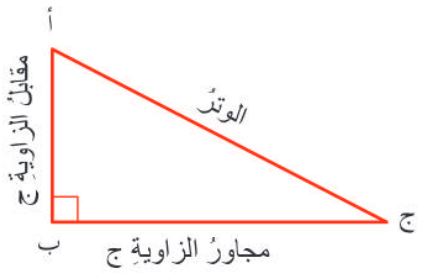


هل سمعت بطائر الكويتزال؟

وقع طائر الكويتزال بشباك أحد الصيادين؛ فأرادت لجنة حماية البيئة إنقاذه لأنه مهدد بالانقراض. تُبت سَلَم طوله ١٠ م على غصن شجرة بزاوية ٥٧° بين حافة السلم و سطح الأرض. ما ارتفاع الشجرة؟

ماذا سأتعلم؟

- جيب الزاوية (جا).
- جيب التمام (جتا)
- الظل (ظا)
- مقابل الزاوية.
- مجاور الزاوية.



ألاحظ أن إيجاد المطلوب في مسألة طائر الكويتزال؛ يتطلب قانوناً يربط الزاوية مع الوتر، فهما المعطيان الوحيدان في المسألة. يمكنني إيجاد ارتفاع الشجرة باستعمال نسبة جيب الزاوية، إذ إن:

$$\text{جيب الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{أب}}{\text{أج}}$$

$$\text{جيب تمام الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{بج}}{\text{أج}}$$

- الزاويتان ج ، أ زاويتان _____ ؛ لأن قياس كل منهما أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

- أسمى المثلث أ ب ج مثلثاً _____ ؛ لأن قياس الزاوية ب = ٩٠°

- الضلع المقابل للزاوية أ هو _____ ، وجيب الزاوية أ = جا أ = $\frac{\text{أب}}{\text{أج}}$

- الضلع المجاور للزاوية أ هو _____ ، وجيب تمام الزاوية أ = جتا أ = $\frac{\text{بج}}{\text{أج}}$

- ظل الزاوية أ = ظا أ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}} = \frac{\text{أب}}{\text{بج}}$

أتعلم

- **جيب الزاوية** الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}\right)$ وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويُرمز لها بالرمز (جا) وبالإنجليزية (Sine) واختصاراً (sin).

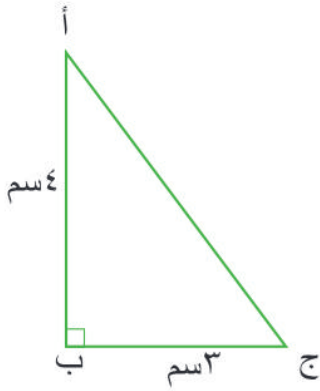
- **جيب تمام** الزاوية الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}\right)$ وهي نسبة طول

الضلع المجاور للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويُرمز لها بالرمز (جتا) وبالإنجليزية (Cosine) واختصاراً (cos).

- **ظل الزاوية** الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}\right)$ وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الضلع المجاور، ويُرمز لها بالرمز (ظا) وبالإنجليزية (Tangent) واختصاراً (tan).

مثال (١)



الشكل المجاور يُبين المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب،

فيه أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجد: جا أ، جتا ج، ظا ج.

الحل: أجد طول الوتر (أ ج) باستعمال نظرية فيثاغورس.

نظرية فيثاغورس.

$$(\text{الوتر})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = 3^2 + 4^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore \text{أ ج} = \sqrt{25} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}} = \frac{4}{3}$$

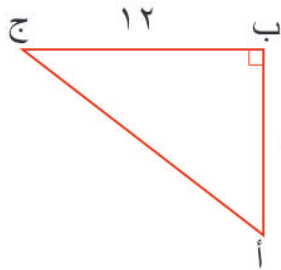
أخذ الجذر التربيعي للطرفين.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب تمام الزاوية، تعويض.

نسبة ظل الزاوية، تعويض.



أحاول

بناءً على الشكل المجاور، أجد جا أ، جتا ج، ظا أ

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جيب زاوية معلومة حسب الخطوات الآتية:

أضغط على
المفتاح (sin).

أدخل قياس
الزاوية المطلوبة.

أتأكد أن النظام في الآلة الحاسبة
بالدرجات (Degrees).

تنويه: - في بعض الآلات الحاسبة؛ أحتاج إلى الضغط على مفتاح (sin) أولاً، ثم إدخال قياس الزاوية المطلوبة.

- لإيجاد جيب تمام زاوية معلومة، أستعمل المفتاح (cos).

- لإيجاد ظل زاوية معلومة، أستعمل المفتاح (tan).

مثال (٢)



أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جا ٤٨°

الحل:

- (١) أتأكد من ضبط نظام الدرجات (Deg).
- (٢) أدخل قياس الزاوية (٤٨).
- (٣) أضغط على المفتاح (sin).
- (٤) الناتج: جا ٤٨° $\approx ٠,٧٤$

أحاول

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد ما يأتي:

- (١) جا ٧٩°
- (٢) - جا ١٥°
- (٣) جتا ٦٥°
- (٤) ظا ٨٠°

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية؛ إذا علمت قيمة الجيب لها حسب الخطوات الآتية:

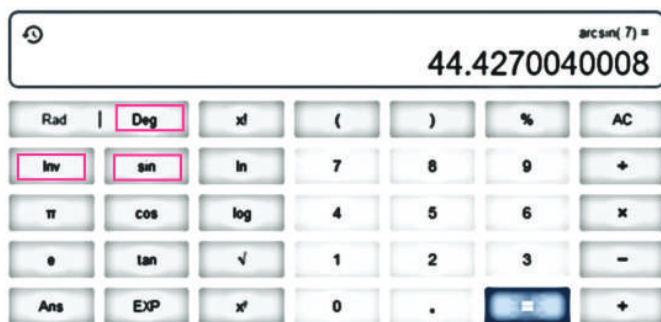
- أدخل قيمة جيب الزاوية.
- أضغط على مفتاح (Inv) أو (shift).
- أضغط على المفتاح (sin).

تنويه

- (١) توجد آلات حاسبة فيها مفتاح $(\sin^{-1})$ ، وبهذه الحالة أضغط على المفتاح $(\sin^{-1})$ ، ثم أدخل قيمة الجيب لأحصل على الزاوية المطلوبة.
- (٢) توجد آلات حاسبة أخرى أضغط بها على مفتاح (Inv) ثم $(\sin)$ أو $(\sin^{-1})$ ، وبعدها أدخل قيمة النسبة المثلثية للزاوية المطلوبة ثم (=) أو (enter).

مثال (٣)

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قياس الزاوية س؛ حيث جا س = ٠,٧



الحل:

- (١) أتأكد من ضبط الآلة على نظام الدرجات.
- (٢) أدخل قيمة جيب الزاوية ٠,٧
- (٣) أضغط على المفتاح (Inv) ثم $(\sin)$.
- (٤) الناتج: قيمة الزاوية س $\approx ٤٤,٤^\circ$

أحاول

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية س في كل مما يأتي:

- (١) جا س = ٠,٦٥
- (٢) جتا س = ٠,٣٧
- (٣) ظا س = ٠,٥٨