

جذور التعليم مريرة،  
لكن ثمارها حلوة۔ -  
أرسطو

مکتبے اہیے فہل

تانیے (نہائی)

## التكامل غير المحدود

(شتوية ٢٠١٢)، (علامتان)

$$\int (-جاس + 1) س يساوي:$$

(ا) جئاس - س + ج (ب) -جئاس + س + ج

(ج) -جئاس - س + ج (د) جئاس + س + ج

الحل:

$$\int (-جاس + 1) س = -\frac{جاس^2}{2} + س + ج$$

= جئاس + س + ج علامتان

(صيفية ٢٠١٢)، (علامتان)

إذا كان  $\int (س) س = \frac{3}{2} س^2$ ، فإن  $\int (س) س$  يساوي:

(ا)  $3س$  (ب)  $3$  (ج)  $\frac{3}{2} س^2$  (د) صفر

الحل:

$$\int (س) س = \frac{3}{2} س^2 \Rightarrow \int (س) س = 3س$$

علامتان

(صيفية ٢٠١٢)، (٤ علامات)

جد التكامل  $\int (س^2 + 2س + 1) س$

الحل:

$$\int (س^2 + 2س + 1) س = \frac{س^3}{3} + س^2 + س$$

=  $\frac{س^3}{3} + س^2 + س$  ٤ علامات

(شتوية ٢٠١٣)، (علامتان)

$$\int (٤س^٢) س يساوي:$$

(ب)  $٤س + ج$

(د)  $٤س^٢ + ج$

(ا)  $٤س^٢ + ج$

(ج)  $٤س^٢ + ج$

الحل:

$$\int ٤س^٢ = \frac{٤س^٣}{3} + ج$$

علامتان

(صيفية ٢٠١٣)، (علامتان)

إذا كان  $\int (س) س = ٥س + ٢$ ، فإن  $\int (س) س$  يساوي:

(ا)  $٤ - ١ = ٣$  (ب)  $٦ - ١ = ٥$  (ج)  $٣ - ١ = ٢$  (د)  $٤ - ١ = ٣$

(د)  $٤$

(ج)  $٣$

(ب)  $٦$

(ا)  $٤$

الحل:

$$\int (س) س = ٥س + ٢ \Rightarrow \int (س) س = ٥س + ٢$$

$\int (س) س = ٥س + ٢ = ٥س + ٢ - ١ = ٤س + ١$  علامتان

(صيفية ٢٠١٣)، (علامتان)

$$\int (س) س = \frac{٣}{٢} س^٢$$

(ب)  $٣س + ج$

(ا)  $٣س - ج$

(د)  $٣س + ج$

(ج)  $٣س + ج$

الحل:

$$\int (س) س = \frac{٣}{٢} س^٢ \Rightarrow \int (س) س = ٣س + ج$$

علامتان

(صيفية ٢٠١٥)، (٣ علامات)

جد التكامل  $\int (س^٢ - ٢س) س$

الحل:

$$\int (س^٢ - ٢س) س = \frac{س^3}{3} - س^2$$

=  $\frac{س^3}{3} - س^2$  علامة

=  $\frac{س^3}{3} - س^2$  علامة

=  $\frac{س^3}{3} + ج$  علامة

التكامل غير المحدود

اشتوية ٢٠١٨، (علامتان)

إذا كان  $y = (1 + x^3)^3$  مساوي:

(أ)  $\frac{3x^2(1+x^3)^3}{3} + C$  (ب)  $3x^2(1+x^3)^3 + C$

(ج)  $\frac{3x^2(1+x^3)^3}{3} + C$  (د)  $3x^2(1+x^3)^3 + C$

الحل:  $\frac{3x^2(1+x^3)^3}{3} + C = 3x^2(1+x^3)^3 + C$  (ج) حتم

صيفية ٢٠١٨، (علامتان)

إذا كان  $y = 2x^2 - 3$  اقتراناً متصلًا،

وكان  $y = 2x^2 - 3$  فبما  $y = 2x^2 - 3$  تساوي:

- (أ) ٦ (ب) ١٠ (ج) ٤ (د) ١٢

الحل: نشتق الطرفين

$\frac{d}{dx} (2x^2 - 3) = \frac{d}{dx} (2x^2 - 3)$

$4x = 4x$

$4x = 4x$

$4x = 4x$  (علامتان)

اشتوية ٢٠١٩، (علامتان)

إذا كان  $y = (x^2 + 4)^3$  فبما  $y = (x^2 + 4)^3$  تساوي:

- (أ)  $2x(x^2 + 4)^3$  (ب)  $2x^2(x^2 + 4)^3$  (ج)  $2x(x^2 + 4)^3$  (د)  $2x^2(x^2 + 4)^3$

الحل: نشتق الطرفين

$\frac{d}{dx} (x^2 + 4)^3 = \frac{d}{dx} (x^2 + 4)^3$  (علامتان)

اشتوية ٢٠١٦، (٤ علامات)

إذا كان  $y = (x^2 + 3)^3$  فبما  $y = (x^2 + 3)^3$  تساوي:

وكان  $y = (x^2 + 3)^3$  فجد قيمة الثابت (٢)

الحل: نشتق الطرفين

$\frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3 = \frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3$  (علامتان)

$6x(x^2 + 3)^2 = 6x(x^2 + 3)^2$

$6x(x^2 + 3)^2 = 6x(x^2 + 3)^2$

$6x(x^2 + 3)^2 = 6x(x^2 + 3)^2$  (علامتان)

صيفية ٢٠١٧، (٤ علامات)

إذا كان  $y = (x^2 + 3)^3$  اقتراناً متصلًا،

وكان  $y = (x^2 + 3)^3$  فبما  $y = (x^2 + 3)^3$  تساوي:

الحل: نشتق الطرفين

$\frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3 = \frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3$

$6x(x^2 + 3)^2 = 6x(x^2 + 3)^2$  (علامة)

اشتوية ٢٠١٨، (علامتان)

إذا كان  $y = (x^2 + 3)^3$  اقتراناً متصلًا، وكان  $y = (x^2 + 3)^3$  فبما  $y = (x^2 + 3)^3$  تساوي:

الحل: نشتق الطرفين

(أ)  $2x(x^2 + 3)^3$

(ب)  $2x^2(x^2 + 3)^3$

(ج)  $2x(x^2 + 3)^3$

(د)  $2x^2(x^2 + 3)^3$

الحل: نشتق الطرفين

$\frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3 = \frac{d}{dx} (x^2 + 3)^3$

$6x(x^2 + 3)^2 = 6x(x^2 + 3)^2$  (علامتان)

## التكامل غير المحدود

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

جاءت (٣ - س) س يساوي:

- (أ)  $6 - 6ج + (3 - 6)ج$  (ب)  $6ج + (3 - 6)ج$   
 (د)  $6ج + (3 - 6)ج$  (ج)  $6ج + (3 - 6)ج$

الحل:

$$ج + \frac{6ج + (3 - 6)ج}{6} = ج + \frac{6ج + 3ج - 6ج}{6} = ج + \frac{3ج}{6} = ج + \frac{ج}{2}$$

٣ علامت

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

بداً كان  $و(س)$  افتراضاً متصلًا، وكان

$و(س) = (٤س + ١)س$ ، فإن قيمة  $و'(١)$  تساوي:

- (أ) ١٢ (ب) ٥ (ج) ١٢ (د) ١٣

الحل:

$$و(س) = (٤س + ١)س$$

$$و'(س) = ٤س + ١$$

$$و'(١) = ٤ + ١ = ٥$$

٣ علامت

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

جاءت  $\frac{١}{س}$  يساوي:

- (أ)  $١ + س$  (ب)  $س + س$   
 (ج)  $س + س$  (د)  $س + س$

الحل:

$$\frac{١}{س} = س + س$$

$$س + س = س + س$$

٣ علامت

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

$(١ - س)س^٢$  يساوي:

- (أ)  $٢(١ - س) + س$  (ب)  $٢ - (١ - س)س$   
 (ج)  $\frac{١}{٢}(١ - س)س^٢ + س$  (د)  $\frac{١}{٢}(١ - س)س^٢ + س$

الحل:

$$\frac{١}{٢}(١ - س)س^٢ = س + \frac{٢(١ - س)س^٢}{١ - س^٢}$$

٣ علامت



## التكامل المحدود

(صيفية ٢٠١٩)، (١٠ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{س^٢ + ٩س + ١٨}{س - ٣} دس$

الحل:

$$\int \frac{س(س-٣) + ٦(س-٣) + ٣٠}{س-٣} دس \quad \text{علامة ١}$$

$$= \int (س + ٦ + \frac{٣٠}{س-٣}) دس \quad \text{علامة ١}$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٦س - \frac{٣٠}{س-٣} + د \quad \text{علامة ١}$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٦س - ٣٠(س-٣)^{-١} + د \quad \text{علامة ١}$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٦س - ٣٠(س-٣)^{-١} + د \quad \text{علامة ١}$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان  $ف(س)$  اقتراناً متصلًا، وكان  $ف(٠) = ١$ ،

و  $ف(١) = ٢$ ، فإن قيمة  $\int_٠^١ ف(س) دس$  تساوي:

- أ- ٣      ب- ١      ج- ١      د- ٣

الحل:

$$\int_٠^١ ف(س) دس = \frac{ف(س)}{٢} \Big|_٠^١$$

$$= \frac{ف(١) - ف(٠)}{٢} = \frac{٢ - ١}{٢} = \frac{١}{٢} \quad \text{علامة ٣}$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان  $\int_٠^٢ ف(س) دس = ١٢$ ، فإن قيمة الثابت  $ك$  تساوي:

- أ- ٦      ب- ٤      ج- صفر      د- ٤

الحل:

$$\int_٠^٢ ف(س) دس = \frac{كس^٢}{٢} \Big|_٠^٢ = ١٢$$

$$١٢ = ك$$

$$ك = ٦ \quad \text{علامة ٣}$$

(شتوية ٢٠١٩)، (علامة ١)

إذا كان  $ف(س) = ٣س^٢$ ، فإن  $\int_١^٢ ف(س) دس$  يساوي:

- أ- صفر      ب- ٣      ج- ٦      د- ٩

الحل:

$$\int_١^٢ ٣س^٢ دس = \left[ س^٣ \right]_١^٢$$

$$= ٨ - ١ = ٧ \quad \text{علامة ١}$$

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان  $ف(س)$  اقتراناً معرفاً على الفترة  $[١، ٣]$ ، وكان

$ف(١) = ٢$ ، فإن قيمة  $\int_١^٣ ف(س) دس$  تساوي:

- أ- ٨      ب- ٨      ج- ٤      د- ٤

الحل:

$$\int_١^٣ ف(س) دس = \left[ س^٢ \right]_١^٣$$

$$= ٩ - ١ = ٨ \quad \text{علامة ٣}$$

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان  $\int_٠^١ ف(س) دس = ١٥$ ، فإن قيمة الثابت  $ك$  تساوي:

- أ- ٥      ب- ٥      ج- ٣      د- ٣

الحل:

$$\int_٠^١ ف(س) دس = \left[ كس \right]_٠^١ = ١٥$$

$$١٥ = ك$$

$$ك = ١٥ \quad \text{علامة ٣}$$

## التكامل المحدود

الدورة التكميلية (٢٠١٩)، (٣ علامات)

قيمة  $\int_{-4}^4 S(2) dx$  تساوي:

(د) ١٦

(ج) ٨

(ب) ١٦

(أ) صفر

نظن:

$$\int_{-4}^4 S(2) dx = 2 \int_{-4}^4 S dx$$

$$16 = 8 \times 2 = (4 - -4) \times 2$$

٣ علامات

الدورة التكميلية (٢٠١٩)، (١٠ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int_{-1}^1 S \frac{6 + S^2 + S^4}{1 + S} dx$

نظن:

$$\int_{-1}^1 S \frac{(6 + S)(1 + S)}{1 + S} dx$$

علقتان

$$= \int_{-1}^1 S(6 + S) dx$$

علقتان

$$= \int_{-1}^1 \left( 6S + \frac{S^3}{3} \right) dx$$

علقتان

$$= \left( 6 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) - \left( 6 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) =$$

علقتان

$$= 0 \frac{1}{2} =$$

علقتان

## خصائص التكامل المحدود

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\int_2^5 (3s^2 - 2s + 5) ds \text{ يساوي:}$$

(د) صفر

(ج) ١٠

(ب) ١٤

(أ) ٢٢  
الحل:

$$\int_2^5 (3s^2 - 2s + 5) ds = \text{صفر (خصائص التكامل)}$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\int_1^3 (s) ds = 6 \text{، إذا علمت أن}$$

$$\int_1^2 (s) ds = 2 \text{، فإن قيمة}$$

(د) ٤

(ج) ١٢

(ب) ٨

(أ) ٤-  
الحل:

$$\int_1^3 (s) ds = \int_1^2 (s) ds + \int_2^3 (s) ds$$

$$6 = 2 + \int_2^3 (s) ds \Rightarrow \int_2^3 (s) ds = 4$$

علامتان

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\int_1^4 (s^2 - \sqrt{s} + 3) ds \text{ يساوي:}$$

(د) ١٤

(ج) ٨

(ب) ٤

(أ) صفر  
الحل:

$$\int_1^4 (s^2 - \sqrt{s} + 3) ds = \text{صفر (خصائص التكامل)}$$

علامتان

(شتوية ٢٠١٠)، (علامتان)

$$\int_1^2 (s) ds = \frac{3}{4} \text{، فإن}$$

يساوي:

(د)  $\frac{1}{3}$

(ج)  $\frac{1}{3}$

(ب)  $\frac{2}{3}$

(أ)  $\frac{2}{3}$   
الحل:

$$\int_1^2 (s) ds = \frac{2}{3} = \int_1^2 (s) ds$$

علامتان

(شتوية ٢٠٠٨)، (علامتان)

$$\int_1^2 (s) ds = 4 \text{، إذا علمت أن}$$

$$\int_1^3 (s) ds = 12 \text{، فإن}$$

(د) ٦-

(ج) ٦

(ب) ١٦

(أ) ١٦-  
الحل:

$$\int_1^2 (s) ds = 2$$

$$\int_1^3 (s) ds = \int_1^2 (s) ds + \int_2^3 (s) ds$$

$$12 = 2 + \int_2^3 (s) ds \Rightarrow \int_2^3 (s) ds = 10$$

علامتان

(صيفية ٢٠٠٨)، (علامتان)

$$\int_1^2 (s) ds = \frac{1}{3} \text{، إذا كان}$$

$$\int_2^3 (s) ds = 4 \text{، فإن قيمة}$$

(د) ٣-

(ج) ٣

(ب) ٤

(أ) ٤-  
الحل:

$$\int_1^2 (s) ds = 4$$

علامتان

$$\int_2^3 (s) ds = 4 - 4 = 0$$

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\int_1^2 (s) ds = 8 \text{، فإن}$$

(د) ١٦

(ج) ٨

(ب) ٨-

(أ) ١٦-  
الحل:

$$\int_1^2 (s) ds = 16 - 8 = 8$$

علامتان

## خصائص التكامل المحدود

(صيفية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

إذا كان  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2} dx = 6$ ،  $\int_1^2 f(x) dx = 10$  فجد  $\int_1^2 (f(x) + 2) dx$

الحل:

$$6 = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$$

$$6 = (3 - 0.5) - \int_1^2 f(x) dx$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 2 - 6 \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 8 \quad \int_1^2 f(x) dx = 16$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 10 - 16 = -6 \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (f(x) + 2) dx$$

$$\int_1^2 (f(x) + 2) dx = 10 + 6 = 16 \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٣)، (٦ علامات)

إذا كان  $\int_1^2 f(x) dx = 8$ ،  $\int_1^2 f(x) dx = 10$  فجد  $\int_1^2 (f(x) + 2) dx$  يساوي:

الحل:

$$10 = \int_1^2 f(x) dx \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx$$

$$\int_1^2 f(x) dx + 0 = 8 \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 0 - 8 = -3 \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (f(x) + 2) dx$$

$$\int_1^2 (f(x) + 2) dx = (9 - 36) + 3 = -24 \quad \text{علامة}$$

$$30 = 27 + 3 =$$

(شتوية ٢٠١٤)، (٤ علامات)

إذا كان  $\int_1^2 (3 - f(x)) dx = 10$ ، فجد  $\int_1^2 f(x) dx$

$$\int_1^2 f(x) dx = 14$$

الحل:

$$10 = (1 - -6)2 - \int_1^2 f(x) dx \quad \text{علامة}$$

$$10 = 14 - \int_1^2 f(x) dx$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 24 - 10 = 14$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 8 \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx \quad \text{علامة}$$

$$14 + \int_1^2 f(x) dx = 8$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 14 - 8 = 6 \quad \text{علامة}$$

## خصائص التكامل المحدود

(صيفية ٢٠١٨)، (٦ علامات)

إذا كان  $\int_2^3 \frac{(s)}{4} ds = 3$ ،  $\int_2^3 (s) ds = 4$

فما قيمة  $\int_2^3 (3 + 2s + s) ds$

الحل:

$$\int_2^3 (s) ds = 12$$

علامة  $\int_2^3 (s) ds = \int_2^3 (s) ds + \int_2^3 (s) ds$

علامتان  $8 = 4 - 12 =$

علامة  $3 = \int_2^3 (s) ds + \int_2^3 (2s + 4) ds$

علامة  $3 = \int_2^3 (s + 2s + 4) ds + 8 \times 3 =$

$57 = 33 + 24 = (12 - 45) + 24 =$

(شتوية ٢٠١٩)، (علامتان)

إذا كان  $\int_1^2 (s) ds = 10$ ،  $\int_1^2 (3s) ds = 15$

فإن  $\int_1^2 (s) ds$  تساوي:

الحل: (أ) ٥ (ب) ١٣ (ج) ١٥ (د) ٢٥

$$\int_1^2 (s) ds = 0$$

$$\int_1^2 (s) ds = \int_1^2 (s) ds + \int_1^2 (s) ds$$

$$\int_1^2 (s) ds = 10 - \int_1^2 (s) ds = 0$$

علامتان  $\int_1^2 (s) ds = 10 = 10 + 0 =$

(شتوية ٢٠١٨)، (علامتان)

إذا كان  $\int_1^2 (s) ds = 6$ ،  $\int_1^2 (s) ds = 12$

فإن  $\int_1^2 (3s) ds$  يساوي:

الحل: (أ) ٦ (ب) ٦- (ج) ١٨- (د) ١٨

$$\int_1^2 (s) ds = \int_1^2 (s) ds + \int_1^2 (s) ds$$

$$6 = \int_1^2 (s) ds + 6 = 12$$

علامتان  $3 \int_1^2 (s) ds = 6 \times 3 = 18$

(شتوية ٢٠١٨)، (٦ علامات)

إذا كان  $\int_1^2 (s) ds = 3$ ،

$$\int_1^2 \frac{(s)}{2} ds = 5$$

فجد  $\int_1^2 (2(s) + 2s + (s)) ds$

الحل:

علامة  $\int_1^2 (s) ds = 10$

علامة  $2 = \int_1^2 (s) ds + \int_1^2 (2s) ds + \int_1^2 (s) ds$

علامة ٣  $10 = \int_1^2 (s + 2s + s) ds =$

علامة  $11 = 10 - (1 - 16) + 6 =$

(صيفية ٢٠١٨)، (علامتان)

$\int_1^2 (6) ds$  تساوي:

الحل: (أ) ١٨ (ب) ٦ (ج) ٣٦ (د) صفر

علامتان  $\int_1^2 (6) ds =$  صفر (من خصائص التكامل)

## خصائص التكامل المحدود

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (١٠ علامات)

$$\text{إذا كان } \int_1^2 (س) دس = ٤، \int_1^3 (س) دس = ١٦$$

$$\text{فجد: } \int_2^3 (س) دس = ٣ - (س) دس$$

الحل:

$$\int_1^2 (س) دس = ٤ \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^3 (س) دس = ١٦$$

$$\int_1^3 (س) دس = (٣-١)٧ + \int_1^3 (س) دس = ١٦ \quad \text{علاتن}$$

$$\int_1^3 (س) دس = ١٤ + \int_1^3 (س) دس = ١٦$$

$$\int_1^3 (س) دس = ٢ = \int_1^3 (س) دس \quad \text{علاتن}$$

$$\int_1^2 (س) دس = ٣ - \int_1^2 (س) دس \quad \text{علامة}$$

$$٢ - \times ٣ - ٤ - \times ٢ =$$

$$٢ - = ٦ + ٨ - = ٦ - - ٨ - = \quad \text{علاتن}$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

$$\text{إذا كان } \int_1^2 (س) دس = ٤، \int_1^3 (س) دس = ٨$$

$$\text{فإن } \int_2^3 (س) دس \text{ تساوي:}$$

$$\text{أ) } ١٢ \quad \text{ب) } ٤ \quad \text{ج) } ٤ \quad \text{د) } ١٢$$

الحل:

$$\int_1^3 (س) دس = \int_1^2 (س) دس + \int_2^3 (س) دس$$

$$٨ = ٤ + \int_2^3 (س) دس \quad \text{علامة ٢}$$

اصفوية ٢٠١٩، (١٠ علامات)

$$\text{إذا كان } \int_1^2 (س) دس = ٢، \int_1^3 (س) دس = ٩$$

$$\text{فجد قيمة:}$$

$$\int_2^3 (س) دس + \int_1^2 (س) دس$$

نظن:

$$\int_1^2 (س) دس = ٢ = (١-٥)٧ - \int_1^2 (س) دس \quad \text{علاتن}$$

$$\int_1^2 (س) دس = ٢ = ٢٨ - \int_1^2 (س) دس \quad \text{علاتن}$$

$$\int_1^2 (س) دس = ٣٠ = \int_1^2 (س) دس \quad \text{علاتن}$$

$$\int_1^2 (س) دس + \int_1^2 (س) دس = \int_1^2 (س) دس \quad \text{علاتن}$$

$$٢١ = ٩ - ٣٠ = \quad \text{علاتن}$$

اصفوية ٢٠١٩، (٣ علامات)

$$\text{إذا كان } \int_1^2 (س) دس = ٤، \int_1^3 (س) دس = ٦$$

$$\text{فإن قيمة } \int_2^3 (س) دس \text{ تساوي:}$$

$$\text{أ) } ١٠ \quad \text{ب) } ١٠٠ \quad \text{ج) } ٢٠ \quad \text{د) } ١٠$$

نظن:

$$\int_1^3 (س) دس = \int_1^2 (س) دس + \int_2^3 (س) دس$$

$$٦ = ٤ + \int_2^3 (س) دس \quad \text{علامة ٣}$$

اصفوية ٢٠١٩، (٣ علامات)

$$\int_1^2 (س) دس \text{ تساوي:}$$

$$\text{أ) } ١٢ \quad \text{ب) } ٦ \quad \text{ج) } ٣ \quad \text{د) } \text{صفر}$$

نظن:

$$\int_1^2 (س) دس = \text{صفر (من خصائص التكامل)} \quad \text{علامة ٣}$$

## التكامل بالتعويض

(صيفية ٢٠١٢)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{6-2s^3}{9+s^6-2s^3} ds$

الحل: علامة نفرض  $v = 9 + s^6 - 2s^3$

$$6 - 2s^3 = \frac{dv}{ds}$$

$$\frac{dv}{2} = ds \quad \text{علامة}$$

نجهز الاقتران  $\int \frac{1}{2} (6-2s^3)(9+s^6-2s^3)^{-\frac{1}{2}} ds$

$$= \int \frac{1}{2} (v)^{-\frac{1}{2}} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{1}{4} (v)^{-\frac{1}{2}} dv \quad \text{علامة}$$

$$= \frac{1}{4} \int (9 + s^6 - 2s^3)^{-\frac{1}{2}} ds \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٣)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{2s^2 + 3}{s^2 + 2s + 3} ds$

الحل: علامة نفرض  $v = s^2 + 2s + 3$

$$2s = \frac{dv}{ds}$$

$$\frac{dv}{2} = ds \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2s^2 + 3}{s^2 + 2s + 3} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2(v)^{\frac{2}{2}}}{v} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2(v)^1}{v} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١١)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{2s^2 - 6}{s^2 - 6s + 9} ds$

الحل: علامة نفرض  $v = s^2 - 6s + 9$

$$2s - 6 = \frac{dv}{ds}$$

$$\frac{dv}{2} = ds \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2s^2 - 6}{s^2 - 6s + 9} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2s^2 - 6}{(s-3)^2} \frac{dv}{2}$$

$$= \int \frac{2s^2 - 6}{(s-3)^2} \frac{dv}{2}$$

$$= \int \frac{2s^2 - 6}{(s-3)^2} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

(اشتوية ٢٠١٢)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{2s^2 + 3}{(s^2 + 2s + 3)^2} ds$

الحل: علامة نفرض  $v = s^2 + 2s + 3$

$$2s + 2 = \frac{dv}{ds}$$

$$\frac{dv}{2} = ds \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{2s^2 + 3}{(s^2 + 2s + 3)^2} \frac{dv}{2}$$

$$= \int \frac{1}{(v)^2} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{1}{(v)^2} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

$$= \int \frac{1}{(v)^2} \frac{dv}{2} \quad \text{علامة}$$

## التكامل بالتعويض

(شنتوية ٢٠١٥)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx$

الحل: نفرض  $v = 1-x^2$

$$\frac{dv}{dx} = -2x \Rightarrow dx = \frac{dv}{-2x}$$

عندما  $x=0$  ،  $v=1$   
عندما  $x=1$  ،  $v=0$

$$\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx = \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{dv}{-2x}$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{1}{1-v} dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2(1-v)} dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} + \frac{1}{v} + \frac{1}{1-v} dv$$

(صيفية ٢٠١٥)، (٥ علامات)

إذا كان  $v=8$  ،  $x=1$  ،  $v=0$  ،  $x=0$

فجد قيمة  $\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx$

الحل: نفرض  $v = 1-x^2$

$$\frac{dv}{dx} = -2x \Rightarrow dx = \frac{dv}{-2x}$$

عندما  $x=0$  ،  $v=1$   
عندما  $x=1$  ،  $v=0$

$$\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx = \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{dv}{-2x}$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{1}{1-v} dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} + \frac{1}{v} + \frac{1}{1-v} dv$$

(شنتوية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx$

الحل: نفرض  $v = 1-x^2$

$$\frac{dv}{dx} = -2x \Rightarrow dx = \frac{dv}{-2x}$$

$$\int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx = \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{dv}{-2x}$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} \cdot \frac{1}{1-v} dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2(1-v)} dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{v^2} + \frac{1}{v} + \frac{1}{1-v} dv$$

(صيفية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

جد التكامل التالي:  $\int \frac{1-x^2}{1+x^2-2x} dx$

الحل: نفرض  $v = 1+x^2-2x$

$$\frac{dv}{dx} = 2x-2 \Rightarrow dx = \frac{dv}{2x-2}$$

نجهز الاقتران  $\int \frac{1-x^2}{1+x^2-2x} dx = \int \frac{1-x^2}{v} \cdot \frac{dv}{2x-2}$

$$= \int \frac{1-x^2}{v} \cdot \frac{1}{2(x-1)} dv$$

اصيفية ٢٠١٧)، (٤ علامات)

احسب قيمة  $\int_{-1}^2 x^3 dx$  و  $\int_{-1}^2 (x^3) dx$  ، حيث  
و  $(16) = 14$  ، و  $(1) = -6$  ،

الحل:

نفرض  $x = v$  علامة

$$\frac{dx}{3} = dv, \quad \int_{-1}^2 x^3 dx = \int_{-1}^2 \frac{v^3}{3} dv$$

عندما  $x = -1 = v$  علامة  
 $x = 2 = v$

$$\int_{-1}^2 x^3 dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 v^3 dv = \frac{1}{3} \left[ \frac{v^4}{4} \right]_{-1}^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{2^4}{4} - \frac{(-1)^4}{4} \right) = \frac{1}{3} (4 - 1) = 1$$

$$\int_{-1}^2 (x^3) dx = 1 - (-6) = 7$$



## تطبيقات هندسية

(صيفية ٢٠١٣)، (٥ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران  $y = (x^3 - 2x - 1)$  عند النقطة  $(x, y)$  يساوي  $(3x^2 - 2)$ ، فجد قاعدة الاقتران  $y = f(x)$ ، علماً بأن منحنى الاقتران  $y = f(x)$  يمر بالنقطة  $(2, 4)$ .

الحل:

$$y = (x^3 - 2x - 1) \Rightarrow y' = (3x^2 - 2)$$

$$(3x^2 - 2) = (3x^2 - 2) \quad \text{علامة}$$

$$[y = (x^3 - 2x - 1)] \Rightarrow y' = (3x^2 - 2) \quad \text{علامة}$$

$$y = (x^3 - 2x - 1) \Rightarrow y' = (3x^2 - 2) \quad \text{علامة}$$

$$y = (2) = 4$$

$$4 = 2 - 8 + x$$

$$4 = 2 - 8 + x$$

$$x = 2 \quad \text{علامة}$$

$$y = (2^3 - 2 \cdot 2 - 1) = 2 - 4 - 1 = -3 \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٤)، (٤ علامات) *بالتفصيل*

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران  $y = (2 - \frac{1}{x})$  عند النقطة  $(x, y)$  يساوي  $(\frac{1}{x^2} - 2)$  وكان المنحنى يمر بالنقطة  $(\frac{1}{2}, 1)$ ، فجد قاعدة الاقتران  $y = f(x)$ .

الحل:

$$y = (2 - \frac{1}{x}) \Rightarrow y' = (\frac{1}{x^2} - 2) \quad \text{علامة}$$

$$[y = (2 - \frac{1}{x})] \Rightarrow y' = (\frac{1}{x^2} - 2) \quad \text{علامة}$$

$$y = (2 - \frac{1}{x}) \Rightarrow y' = (\frac{1}{x^2} - 2) \quad \text{علامة}$$

$$y = (\frac{1}{2}) = 1$$

$$1 = 2 - \frac{1}{x}$$

$$1 = 2 - \frac{1}{x}$$

$$x = 2 \quad \text{علامة}$$

$$y = (2 - \frac{1}{2}) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (٥ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران  $y = (x^2 - 6x + 2)$  عند النقطة  $(x, y)$  يساوي  $(2x - 6)$ ، فجد قاعدة  $y = f(x)$  علماً بأن  $y = f(x)$  يمر بالنقطة  $(1, 2)$ .

الحل:

$$y = (x^2 - 6x + 2) \Rightarrow y' = (2x - 6) \quad \text{علامة}$$

$$[y = (x^2 - 6x + 2)] \Rightarrow y' = (2x - 6) \quad \text{علامة}$$

$$y = (x^2 - 6x + 2) \Rightarrow y' = (2x - 6) \quad \text{علامة}$$

$$y = (x^2 - 6x + 2) \Rightarrow y' = (2x - 6) \quad \text{علامة}$$

$$y = (1) = 2$$

$$2 = 1 - 6 + x$$

$$2 = 1 - 6 + x$$

$$x = 3 \quad \text{علامة}$$

$$y = (3^2 - 6 \cdot 3 + 2) = 3 - 6 + 2 = -1 \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١١)، (٤ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران  $y = (x^4 - 3x^2 + 6)$  عند النقطة  $(x, y)$  يساوي  $(4x^3 - 6x)$ ، فجد قاعدة  $y = f(x)$  علماً بأن منحنى الاقتران  $y = f(x)$  يمر بالنقطة  $(2, 5)$ .

الحل:

$$y = (x^4 - 3x^2 + 6) \Rightarrow y' = (4x^3 - 6x) \quad \text{علامة}$$

$$[y = (x^4 - 3x^2 + 6)] \Rightarrow y' = (4x^3 - 6x) \quad \text{علامة}$$

$$y = (x^4 - 3x^2 + 6) \Rightarrow y' = (4x^3 - 6x) \quad \text{علامة}$$

$$y = (2) = 5$$

$$5 = 16 - 12 + 6$$

$$5 = 16 - 12 + 6$$

$$x = 1 \quad \text{علامة}$$

$$y = (1^4 - 3 \cdot 1^2 + 6) = 1 - 3 + 6 = 4 \quad \text{علامة}$$

## تطبيقات هندسية

اصيفية ٢٠١٩، (٩ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحى الاقتران  $v = v(s)$  عند النقطة  $(s, v)$ ، يساوي  $\left(5 - \frac{3}{s}\right)$ ، فجد قاعدة الاقتران  $v = v(s)$ ، علماً بأن منحناه يمر بالنقطة  $(2, 1)$ .

الحل:

$$v'(s) = \left(5 - \frac{3}{s}\right) = 5 - \frac{3}{s} \quad \text{علامة}$$

$$\left[ v'(s) = 5 - \frac{3}{s} \right] \quad \text{علامة}$$

$$v(s) = 5s - \frac{3}{s} + c \quad \text{علامتان}$$

$$1 = v(2)$$

$$1 = 5(2) - \frac{3}{2} + c \quad \text{علامتان}$$

$$10 = 10 - \frac{3}{2} + c \quad \text{علامة}$$

$$v(s) = 5s - \frac{3}{s} + 10 \quad \text{علامتان}$$

الدورة التكميلية ٢٠١٩، (٩ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحى الاقتران  $v = v(s)$  عند النقطة  $(s, v)$ ، يساوي  $\frac{1}{s(1+s)}$ ، فجد قاعدة الاقتران  $v = v(s)$ ، علماً بأن منحناه يمر بالنقطة  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ .

الحل:

$$v'(s) = \frac{1}{s(1+s)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{1+s} \quad \text{علامة}$$

$$\left[ v'(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{1+s} \right] \quad \text{علامة}$$

$$v(s) = \ln|s| - \ln|1+s| + c \quad \text{علامتان}$$

$$\frac{1}{3} = v\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{3} = \ln\left|\frac{1}{2}\right| - \ln\left|1 + \frac{1}{2}\right| + c \quad \text{علامة}$$

$$\frac{1}{3} = \ln\left|\frac{1}{2}\right| - \ln\left|\frac{3}{2}\right| + c \quad \text{علامتان}$$



## تطبيقات فيزيائية

(شئوية ٢٠١٩)، (٤ علامات)

يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع مقداره

ت  $(\nu) = \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) \text{ م/ث}^2$ ، جد سرعة الجسيم بعد مرور  $\tau$  ثانية من بدء الحركة إذا علمت أن  $\text{ع} = (2) = 10 \text{ م/ث}$ .

الحل:

$\text{ع} = \nu s \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) = \nu \text{ع}$   $\text{ع} = \nu s \text{ع}$

$\text{ع} = \nu \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) \text{ع}$   $\text{ع} = (2) = 10$

$10 = \text{ع} + 1 + \text{ع}$   $10 = \text{ع} + 0$

$0 = \text{ع}$

$\text{ع} = \nu \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) \text{ع}$

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره

ت  $(\nu) = -1 \text{ م/ث}^2$ ، إذا كانت سرعته الابتدائية  $\text{ع} = (0) = 0$  فإن سرعته بعد مرور  $\tau$  ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة:

أ  $\text{ع} = (\nu) \text{ع} - \nu \text{ع} - 1 \text{ م/ث}$

ب  $\text{ع} = (\nu) \text{ع} - \nu \text{ع} + 1 \text{ م/ث}$

ج  $\text{ع} = (\nu) \text{ع} - \nu \text{ع} - 1 \text{ م/ث}$

د  $\text{ع} = (\nu) \text{ع} + \nu \text{ع} + 1 \text{ م/ث}$

الحل:

$\text{ع} = \nu s \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) = \nu \text{ع}$   $\text{ع} = \nu s \text{ع}$

$\text{ع} = \nu \left(\frac{1}{\tau} + \nu^2\right) \text{ع}$

$0 = \text{ع}$

$0 = (0) \text{ع}$

$0 + \nu \text{ع} - 1 = (\nu) \text{ع}$  ٣ علامت

(شئوية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور  $\tau$  ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة:  $\text{ع} = (\nu) = (0 + \nu^3) \text{ م/ث}$ ، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور  $\tau$  ثوان من بدء الحركة، علماً بأن موقعه الابتدائي  $\text{ف} = (0) = 3 \text{ م}$ .

الحل:

$\text{ف} = \nu s \text{ع} = (\nu) \text{ف}$   $\text{ف} = \nu s (0 + \nu^3) = (\nu) \text{ف}$

$\text{ف} = \nu \left(0 + \nu^3\right) \text{ف}$   $\text{ف} = (0) = 3$

$3 = \text{ف}$

$3 + \nu \text{ف} + \frac{\nu^3 \text{ف}^2}{2} = (\nu) \text{ف}$

المسافة بعد مرور  $\tau$  ثواني

$\text{ف} = (4) = 3 + 20 + 24 = 47 \text{ م}$

(صيفية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن سرعتها بعد مرور  $\tau$  ثانية من بدء حركتها تعطى بالعلاقة  $\text{ع} = (\nu) = (9 + \nu^6) \text{ م/ث}$ ، جد موقع النقطة المادية بعد مرور  $\tau$  ثواني من بدء حركتها، علماً بأن موقعها الابتدائي  $\text{ف} = (0) = 3 \text{ م}$

الحل:

$\text{ف} = \nu s \text{ع} = (\nu) \text{ف}$   $\text{ف} = \nu s (9 + \nu^6) = (\nu) \text{ف}$

$\text{ف} = \nu \left(9 + \nu^6\right) \text{ف}$   $\text{ف} = (0) = 3$

$3 = \text{ف}$

$3 + \nu \text{ف} + \nu^3 \text{ف}^2 = (\nu) \text{ف}$

مسافة بعد مرور  $\tau$  ثواني

$\text{ف} = (5) = 3 + 40 + 70 = 113 \text{ م}$

## إيجاد المساحة المحصورة

(صيفية ٢٠١٠)، (٧ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  
 $y = (x-1)^2$  ومحور السينات

الحل:  $0 = x^2 - 1$  علامة

$x = 1$

علامتان  $x = \pm 1$

$\int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx = 2$

علامتان  $\int_{-1}^1 \left[ \frac{x^3}{3} - x \right]_{-1}^1 = 2$

علامتان  $\left( \frac{1}{3} + 1 \right) - \left( \frac{1}{3} - 1 \right) =$

$\frac{4}{3} = \frac{2}{3} - 2 =$  وحدة مربعة

(شتوية ٢٠١١)، (٥ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  
 $y = (x+2)^2$  والمستقيمين  $x = 0$ ،  $x = 2$

الحل:

$\int_0^2 (x^2 + 4x + 4) dx = 2$

علامتان  $\int_0^2 (x^2 + 4x + 4) dx = 2$

علامتان  $\left[ \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x \right]_0^2 =$

علامة  $6 = 0 - (2 + 4) =$  وحدة مربعة

(صيفية ٢٠٠٨)، (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  
 $y = x^2 - 2$  ومحور السينات

الحل:  $0 = x^2 - 2$  علامة

$x = (\pm)\sqrt{2}$

علامتان  $x = \pm\sqrt{2}$

علامة  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x^2 - 2) dx = 2$

$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x^2 - 2) dx = 2$

علامتان  $\left[ \frac{x^3}{3} - 2x \right]_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} =$

علامة  $\frac{4}{3} = \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{12-8}{3} = \frac{4}{3} =$  وحدة مربعة

(شتوية ٢٠١٠)، (٥ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  
 $y = (x-6)^2$  ومحور السينات في الفترة  $[4, 6]$

الحل:  $0 = x^2 - 6x + 6$

$x = 6$

علامة  $x = 3$

$\int_3^6 (x^2 - 6x + 6) dx = 2$

علامتان  $\int_3^6 (x^2 - 6x + 6) dx = 2$

علامة  $\left[ \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 6x \right]_3^6 = 2$

$9 = 9 - 18 = 1$  وحدة مربعة

علامة  $\left[ \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 6x \right]_3^6 = 2$

$(9 - 18) - (16 - 24) = 2$

وحدة مربعة  $1 = |1| = 9 - 8 = 2$

وحدة مربعة  $10 = 1 + 9 = 2 + 1 = 2$

## إيجاد المساحة المحصورة

(صيفية ٢٠١٩)، (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الأفتزان  
 $v = (s) = 2 - s$  ومحور السينات على الفترة  $[0, 2]$

الحل:  $0 = 2 - s$

$s = 2$

$s = 2$

علامة

$$\left| \int_0^2 (2-s) ds \right| = 2$$

علاتن  $\left[ \int_0^2 (2-s) ds = 2 - \frac{s^2}{2} \right]_0^2 = 2$

علامة  $1 = (2-0) = 1$  وحدة مربعة

علاتن  $\left[ \int_0^2 (2-s) ds = 2 - \frac{s^2}{2} \right]_0^2 = 2$

$(2-8) - (0-0) = -6$

علامة  $1 = |1-0| = 1$  وحدة مربعة

$2 = 1 + 1 = 2$  وحدة مربعة

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الأفتزان  
 $v = (s) = 3 - s$  والمستقيمين  $s = 1$ ،  $s = 3$

الحل:

علامة  $\left| \int_1^3 (3-s) ds \right| = 2$

علاتن  $\left| \int_1^3 (3-s) ds = 3s - \frac{s^2}{2} \right|_1^3 = 2$

علاتن  $\left[ 3s - \frac{s^2}{2} \right]_1^3 = 2$

علاتن  $(\frac{9}{2} - \frac{9}{2}) - (\frac{3}{2} - \frac{1}{2}) = 2$

علامة  $2 = 1 + 1 = 2$  وحدة مربعة

(صيفية ٢٠١٨)، (٥ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الأفتزان  
 $v = (s) = 2 - 12s$  ومحور السينات على الفترة  $[0, \frac{1}{6}]$

الحل:  $0 = 2 - 12s$

$12s = 2$

$s = \frac{1}{6}$

علاتن

$$\left| \int_0^{\frac{1}{6}} (2-12s) ds \right| = 2$$

علامة  $\left[ \int_0^{\frac{1}{6}} (2-12s) ds = 2s - 6s^2 \right]_0^{\frac{1}{6}} = 2$

$36 = 0 - (36 - 12) = 24$  وحدة مربعة

$\left[ \int_0^{\frac{1}{6}} (2-12s) ds = 2s - 6s^2 \right]_0^{\frac{1}{6}} = 2$

علاتن  $(36 - 12) - (0 - 0) = 24$

$4 = |4-0| = 4$  وحدة مربعة

$2 = 4 + 36 = 40$  وحدة مربعة

(شتوية ٢٠١٩)، (٦ علامات)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الأفتزان  
 $v = (s) = 9 - s^2$  ومحور السينات في الفترة  $[-1, 3]$

الحل:  $0 = 9 - s^2$

$s = 3$

علامة  $s = 3$ ،  $s = -3$  تهمل (خارج الفترة)

$$\left| \int_{-3}^3 (9-s^2) ds \right| = 2$$

علامة  $\left[ \int_{-3}^3 (9-s^2) ds = 9s - \frac{s^3}{3} \right]_{-3}^3 = 2$

علامة  $\left( 27 + \frac{27}{3} \right) - \left( -27 - \frac{27}{3} \right) = 2$

$3 = \frac{10}{3} = \frac{37+27}{3} = \frac{37}{3} + 9 = 20$  وحدة مربعة

علامة  $\left[ \int_{-3}^3 (9-s^2) ds = 9s - \frac{s^3}{3} \right]_{-3}^3 = 2$

$18 = |18-0| = 18$  وحدة مربعة

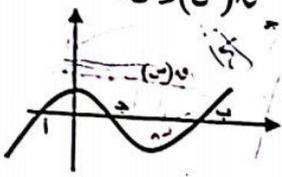
علامة  $2 = 18 + 3 = 21$  وحدة مربعة

## إيجاد المساحة المحصورة (من خلال الرسم)

(صيفية ٢٠١٢)، (علامتان)

معتمداً الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران  $f(x)$  المعرفة في الفترة  $[a, b]$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $f(x)$  ومحور السينات تساوي  $(4)$  وحدة مربعة، وكان

$$\int_a^b f(x) dx = 6, \text{ فما قيمة } \int_a^b f(x) dx?$$



- (أ) ٨  
(ب) ٢٠  
(ج) ٨-  
(د) ٢-

الحل:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

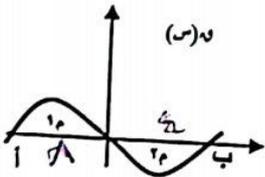
$$4 + 6 = \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = 10 \text{ علامتان}$$

(شتوية ٢٠١٣)، (علامتان)

يبين الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $f(x)$  ومحور السينات في الفترة  $[a, b]$ . إذا علمت أن  $(9 = \int_a^b f(x) dx)$  وحدات مربعة،  $(4 = \int_a^b f(x) dx)$  وحدة مربعة،

$$\int_a^b f(x) dx = ?$$



- (أ) ١٣-  
(ب) ٥-  
(ج) ٥  
(د) ١٣

الحل:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

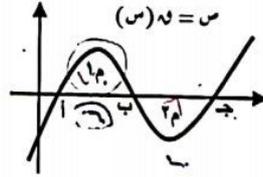
$$9 + 4 = \int_a^b f(x) dx$$

(علامتان) ٥

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

بالاعتماد على الشكل الآتي الذي يمثل منحنى  $f(x)$ ، فإن كانت المساحة  $\int_a^b f(x) dx = 6$ ،  $\int_a^b f(x) dx = 10$ ، فإن

$$\int_a^b f(x) dx = ?$$



- (أ) ٤-  
(ب) ٤  
(ج) ١٦  
(د) ٦٠

الحل:

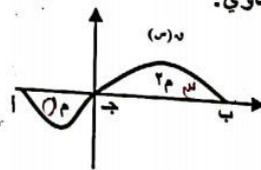
$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

$$6 + 10 = \int_a^b f(x) dx$$

(علامتان) ٤-

(صيفية ٢٠١٠)، (علامتان)

يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $f(x)$  ومحور السينات في الفترة  $[a, b]$ . إذا علمت أن المساحة  $(12)$  تساوي  $(\int_a^b f(x) dx)$  وحدات مربعة و مساحة  $(2)$  تساوي  $(\int_a^b f(x) dx)$  وحدات مربعة، فإن  $\int_a^b f(x) dx = ?$  يساوي:



- (أ) ٨  
(ب) ٢  
(ج) ٨-  
(د) ٢-

الحل:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

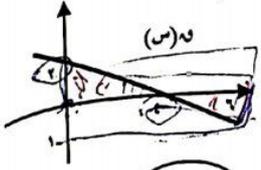
$$12 + 2 = \int_a^b f(x) dx$$

(علامتان) ٢-

## إيجاد المساحة المحصورة (من خلال الرسم)

(شتوية ٢٠١٧)، (٤ علامات)

اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $f(x)$  والمعرف على الفترة  $[6, 10]$ ، جد  $\int_6^{10} f(x) dx$



الحل:

$$\int_6^7 f(x) dx = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2 \quad \text{علامة}$$

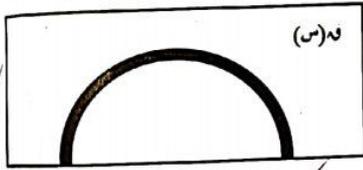
$$\int_7^8 f(x) dx = 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad \text{علامة}$$

$$\int_8^9 f(x) dx + \int_9^{10} f(x) dx = \int_8^{10} f(x) dx = 3 \quad \text{علامة}$$

$$\int_6^{10} f(x) dx = 2 + 1 + 3 = 6 \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٧)، (٦ علامات)

يمثل الشكل المجاور الواجهة الأمامية لأحد المباني، مدخل المبنى يمثل منحنى الاقتران  $f(x) = 2 - \frac{1}{4}x^2$  ما تكلف إنشاء باب زجاجي للمدخل إذا علمت أن سعر الوحدة المربعة منه يساوي (٦٠) ديناراً.



الحل:

إيجاد حدود التكامل

$$0 = 2 - \frac{1}{4}x^2$$

$$x = 4$$

مساحة الباب الزجاجي

$$\int_0^4 (2 - \frac{1}{4}x^2) dx = \quad \text{علامة}$$

$$= \left[ 2x - \frac{1}{12}x^3 \right]_0^4 = \left( \frac{8}{3} - 0 \right) = \frac{8}{3} \quad \text{علامة}$$

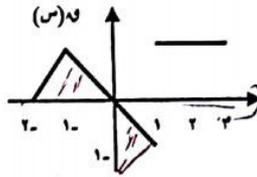
$$= \left( \frac{8}{3} - 0 \right) = \frac{8}{3} \quad \text{علامة}$$

$$= \frac{32}{6} = \frac{16}{3} = \frac{16}{3} \quad \text{علامة}$$

$$\text{تكلفة الباب} = 60 \times \frac{16}{3} = 320 \text{ ديناراً} \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٥)، (٤ علامات)

يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران  $f(x)$  والمعرف على الفترة  $[-2, 2]$ ، اعتمد على الشكل لإيجاد قيمة  $\int_{-2}^2 f(x) dx$



الحل:

$$\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx =$$

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad \text{علامة}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = -\left(1 \times 1 \times \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1 \quad \text{علامة}$$

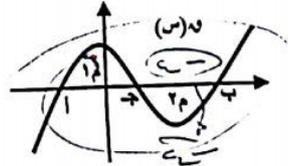
$$\int_{-2}^2 f(x) dx = 1 - \frac{1}{2} + 1 = 1.5 \quad \text{علامة}$$

(شتوية ٢٠١٦)، (٤ علامات)

يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $f(x)$  ومحور السينات في الفترة  $[1, 3]$ ، فإذا علمت أن مساحة  $(1, 2)$

تساوي (٦) وحدات مربعة،  $\int_1^3 f(x) dx = 4 - \epsilon$

فجد مساحة  $(2, 3)$



الحل:

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx = 4 - \epsilon \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx + 6 = 4 - \epsilon \quad \text{علامة}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 4 - 6 - \epsilon = -2 - \epsilon$$

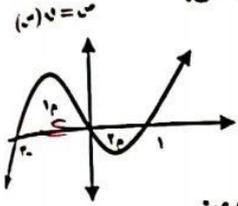
$$\int_1^2 f(x) dx = -2 - \epsilon = -2 - \epsilon \quad \text{علامة}$$

## إيجاد المساحة المحصورة (من خلال الرسم)

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٦ علامات)

معتدماً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $y = \sin(x)$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة  $(1, 2)$  تساوي  $(1, 2)$  وحدة مربعة،

فاجب عن:  $\int_{-2}^3 \sin(x) dx = 3 - 1$



(١) قيمة  $\int_{-2}^3 \sin(x) dx$  تساوي:

(أ) ١٥ - (ب) ٩ -

(ج) ٩ (د) ١٥

الحل:

$$\int_{-2}^3 \sin(x) dx = \int_{-2}^1 \sin(x) dx + \int_1^2 \sin(x) dx$$

$$9 = 3 - 1 + 1 \quad \text{علامة ٣}$$

(٢) مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $y = \sin(x)$  ومحور السينات في الفترة  $[-3, 1]$  بالوحدات المربعة تساوي:

(أ) ٣ (ب) ٩

(ج) ١٥ (د) ٣٦

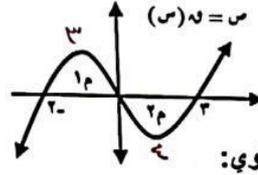
الحل:

$$\int_{-3}^1 |\sin(x)| dx = \int_{-3}^0 |\sin(x)| dx + \int_0^1 \sin(x) dx$$

$$15 = |3| - 1 + 1 \quad \text{علامة ٣}$$

(صيفية ٢٠١٩)، (٦ علامات)

معتدماً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $y = \sin(x)$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة  $(1, 2)$  تساوي  $(3)$  وحدات مربعة، مساحة المنطقة  $(2, 3)$  تساوي  $(4)$  وحدات مربعة، فاجب عن:



(١) قيمة  $\int_{-2}^3 \sin(x) dx$  تساوي:

(أ) ٧ (ب) ١

(ج) ١ - (د) ٧ -

الحل:

$$\int_{-2}^3 \sin(x) dx = \int_{-2}^1 \sin(x) dx + \int_1^2 \sin(x) dx$$

$$1 - 3 = 4 - 3 = 1 \quad \text{علامة ٣}$$

(٢) قيمة  $\int_{-2}^3 |\sin(x)| dx$  تساوي:

(أ) ٧ (ب) ١

(ج) ٨ (د) ٩

الحل:

$$\int_{-2}^3 |\sin(x)| dx = \int_{-2}^0 |\sin(x)| dx + \int_0^3 \sin(x) dx$$

$$7 = |4| - 1 + 3 = 7 \quad \text{علامة ٣}$$

## طرائق العد (مبدأ العد)

(شتوية ٢٠١٢)، (علامتان)

إذا كان  $n! = 24$ ، فإن قيمة  $(n)$  تساوي:

- (أ)  $24!$  (ب)  $24$  (ج)  $4!$  (د)  $4$

الحل:

$n! = 24$   ~~$4! = 24$~~   $4 = n$  علامتان

(صيفية ٢٠١٢)، (علامتان)

قيمة  $2! + 3!$  تساوي:

- (أ)  $8$  (ب)  $8!$  (ج)  $5$  (د)  $5!$

الحل:

$2! + 3! = 2 + 6 = 8$  علامتان

(صيفية ٢٠١٢)، (علامتان)

تبيع إحدى المكتبات (٣) أنواع من الأقلام، و (٤) أنواع مندفتر بكم طريقة يمكن لأحد الطلبة شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة؟

- (أ)  $\frac{4!}{(3-4)}$  (ب)  $4 \times 3$  (ج)  $\frac{4!}{3!(3-4)}$  (د)  $3! \times 4!$

الحل: نستخدم قانون الضرب  $4 \times 3$  علامتان

(شتوية ٢٠١٤)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن أن تجلس أربع طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد؟

الحل:

$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$  علامتان

(صيفية ٢٠١٨)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن اختيار قميص وذاء لشرائهما من محل تجاري يبيع (٣) أنواع من القمصان و (٤) أنواع من الأحذية؟

- (أ)  $4! \times 3!$  (ب)  $4 \times 3$  (ج)  $4 \times 3$  (د)  $\left( \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right)$

الحل: نستخدم قانون الضرب  $4 \times 3$  علامتان

(شتوية ٢٠٠٨)، (علامتان)

إذا كان  $3 \times n! = 72$ ، فإن قيمة  $(n)$  تساوي:

- (أ)  $4$  (ب)  $5$  (ج)  $3$  (د)  $2$

الحل:

$72 = \frac{n! \times 3}{3}$

$24 = n!$

~~$4! = 24$~~

$4 = n$  علامتان

(شتوية ٢٠١٠)، (علامتان)

إذا علمت أن  $(1-n)! = 24$ ، فإن قيمة  $(n)$  تساوي:

- (أ)  $3$  (ب)  $4$  (ج)  $5$  (د)  $25$

الحل:

$24 = (1-n)!$

~~$4! = (1-n)!$~~

$4 = 1-n$

$5 = n$  علامتان

(شتوية ٢٠١٠)، (علامتان)

في أحد الأسواق يباع (٤) أنواع من الخضار، (٣) أنواع من اللحوم، هي { بندورة، خس، ملفوف، فاصوليا } و (٣) أنواع من اللحوم، هي { لحم خاروف، سمك، دجاج }. أراد أحمد أن يشتري نوعاً واحداً من الخضار ونوعاً واحداً من اللحم، فإن عدد الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك هي:

- (أ)  $2 \times 4$  (ب)  $3 \times 4$  (ج)  $3 \times 4!$  (د)  $(3 \times 4)!$

الحل: نستخدم قانون الضرب  $3 \times 4$  علامتان

(صيفية ٢٠١١)، (٥ علامات)

إذا كان  $3 + (n!) = 366$ ، فجد قيمة  $(n)$ .

الحل:

$366 = 6 + (n!)$  علامة

$360 = (n!)$  علامة

$120 = n!$  علامة

$5 = n$  علامة

~~$5! = 120$~~  علامة

## طرائق العد (التباديل)

(شتوية ٢٠٠٩)، (٤ علامات)

$$\binom{4}{1} + (205) = !n \text{ إذا علمت أن: } !n = 1$$

الحل:

علامتان  $4 + 4 \times 0 = !n$   
 $4 + 20 = !n$   
 علامة  $24 = !n$   
 $!4 = !n$   
 علامة  $4 = n$

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

ل (٢٤٧) تساوي:

أ)  $\frac{!4}{!2}$  ب)  $\frac{!4}{!2!0}$  ج)  $\frac{!4}{!0}$  د)  $!2!7$

الحل:

$$\frac{!4}{!0} = \frac{!4}{!(2-7)} = (247) \text{ ل}$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

في إحدى الكليات الجامعية (٣١) مدرساً أرادت الإدارة أن تختار منهم عميداً للكلية ونائباً للعميد، فإن عدد الطرق الممكنة لذلك هو:

أ)  $!31$  ب)  $\binom{31}{2}$  ج)  $!2$  د) ل (٢٤٣١)

الحل:

علامتان ل (٢٤٣١)

(شتوية ٢٠١٠)، (علامتان)

عدد التباديل الثلاثية المأخوذة من مجموعة سداسية هو:

أ)  $3 \times 6$  ب)  $!3 \times !6$  ج)  $\binom{6}{3}$  د) ل (٣٤٦)

الحل:

علامتان ل (٣٤٦)

(شتوية ٢٠٠٨)، (علامتان)

بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار لجنة مكونة من مدير ونائب له وأمين سر من بين (٥) مرشحين؟

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ٦٠ د) ١٢٠  
الحل:

ل (٣٤٥)  
علامتان  $60 = 3 \times 4 \times 5$

(شتوية ٢٠٠٨)، (٣ علامات)

جد قيمة:  $\frac{!3}{!3}$

الحل:

علامتان  $\frac{!3 \times !7 \times !8}{!3} = \frac{!3}{!3}$

علامة  $56 = 7 \times 8 =$

(صيفية ٢٠٠٨)، (٣ علامات)

جد قيمة (n) التي تحقق المعادلة ل (٣٤٧) = ل (٢٤٧)

الحل:

ل (٣٤٧) = ل (٢٤٧)  
علامتان  $(!n)(!n) = (2-n)(!n)$   
 $!n = 2 - n$   
 علامة  $6 = n$

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

كم عدداً مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {٩٤٧٤٥٤٣٤١}، علماً أن التكرار غير مسموح به؟

أ) ٥٠ ب)  $\binom{5}{2}$  ج) ل (٢٤٥) د) ١٢٠

الحل:

علامتان ل (٢٤٥)

## طرائق العد (التباديل)

(صيفية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

حل المعادلة الآتية:  $6 \times (3-n) = n!$

الحل:

$$6 \times (2-n)(1-n)(n) = (3-n)(2-n)(1-n)(n)$$

$$6 = (3-n)$$

$$6 = 3 - n$$

$$9 = n$$

(صيفية ٢٠١٩)، (١٠ علامات)

جد قيمة (n) التي تحقق المعادلة التالية:

$$\frac{(2n)!}{6} = n!$$

الحل:

$$\frac{3 \times 4}{6} = \frac{(2-n)(1-n)(n)}{(2-n)}$$

$$2 = (1-n)(n)$$

$$2 = n \quad 2 = 1 \times 2$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (١٠ علامات)

$$\text{حل المعادلة: } (2n)! = \frac{(3+n)!}{(1+n)!}$$

الحل:

$$4 \times 0 = \frac{(1+n)(2+n)(3+n)}{(1+n)}$$

$$20 = (2+n)(3+n)$$

$$20 = 4 \times 5$$

$$2 = n \quad 0 = (3+n)$$

X

(شتوية ٢٠١٨)، (علامتان)

كم عدداً مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام  $\{8, 7, 5\}$ ، إذا لم يسمح بتكرار الأرقام؟

$$8 \times 7 \times 5 \quad (د) \quad \binom{3}{2} \quad (ج) \quad (ب) \quad (أ) \quad 3 \times 3$$

الحل:

$$(ب) \quad (2 \times 3)$$

(شتوية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

$$\text{حل المعادلة الآتية } (3n) = 4 \times \binom{n}{4}!$$

حيث (n) عدد صحيح موجب

الحل:

$$4 \times \frac{(4n)!}{4!} = (3n)!$$

$$(3-n)(2-n)(1-n)(n) = (2-n)(1-n)(n)$$

$$3 - n = 1$$

$$4 = n$$

(صيفية ٢٠١٨)، (علامتان)

كم عدد تباديل مجموعة مكونة من (6) عناصر مأخوذة (4) في كل مرة؟

$$4 \times 6! \quad (د) \quad 4 \times 6 \quad (ج) \quad \binom{6}{4} \quad (ب) \quad (أ) \quad (4 \times 6)$$

الحل:

$$(ب) \quad (4 \times 6)$$

(شتوية ٢٠١٩)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن اختيار رئيس نادي رياضي ومساعد له وأمين سر مختلفين من بين (8) اشخاص؟

$$(3 \times 8) \quad (د) \quad \binom{7}{2} \times 8 \quad (ج) \quad 3 \times 8! \quad (ب) \quad \binom{8}{3} \quad (أ)$$

الحل:

$$(د) \quad (3 \times 8)$$

## طرائق العد (التوافيق)

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\binom{8}{6} = \binom{8}{س} \text{ جد قيم (س) التي تحقق المعادلة}$$

الحل:

$$س = ٦ \text{ (علامة)}$$

$$س = ٢ \text{ (علامة)} \quad ٦ + ٨ = س \quad ٦٤٢ = س$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\text{إذا علمت أن } \binom{8}{٦} = \binom{8}{س٢} \text{، فجد قيم (س)}$$

الحل:

$$س٢ = ٦ \quad س = ٣ \text{ (علامة)}$$

$$س٢ + ٦ = ٨ \quad س = ٢$$

$$س = ١ \text{ (علامة)} \quad ٢ = س٢ \quad ٣٤١ = س$$

(صيفية ٢٠١٠)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة طلاب من بين (١٠) طلاب لتشكيل لجنة للمشاركة في إحدى المؤتمرات؟

$$\text{أ) ل (٣٤١٠) ب) ٣! ج) } \binom{١٠}{٣} \text{ د) ١٠!}$$

الحل:

$$\binom{١٠}{٣} \text{ (علامتان)}$$

(صيفية ٢٠١٠)، (علامتان)

$$\text{حل المعادلة الآتية: } \binom{9}{س} = \binom{9}{٢}$$

الحل:

$$س = ٢ \text{ (علامة)}$$

$$س = ٧ \text{ (علامة)} \quad ٩ = ٢ + س \quad ٧ = س$$

$$٧٤٢ = س$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (علامتان)

$$\text{إذا كان } \binom{٧}{٥} = \binom{٧}{٣} \text{، فإن قيمة (٧) تساوي:}$$

$$\text{أ) ٣ ب) ٥ ج) ٨ د) ١٥}$$

الحل:

$$٥ + ٣ = ٧$$

$$٨ = ٧ \text{ (علامتان)}$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (٦ علامات)

بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطلابين لتشكيل لجنة في إحدى المدارس من بين (٥) معلمين، (٨) طلاب؟

الحل:

$$\text{عدد طرق اختيار (٣) معلمين من (٥) معلمين (علامتان)}$$

$$١٠ = \frac{٦٠}{٦} = \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{٣!}$$

$$\text{عدد طرق اختيار (٢) طلاب من (٨) طلاب (علامة)}$$

$$٢٨ = \frac{٥٦}{٢} = \frac{٧ \times ٨}{٢!} = \text{ (علامة)}$$

$$\text{عدد طرق اختيار اللجنة} = ٢٨ \times ١٠ =$$

$$٢٨٠ = \text{ (علامة) طريقة}$$

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

$$\text{قيمة } \binom{7}{1} \text{ تساوي:}$$

$$\text{أ) ٧! ب) ٧ ج) ٦! د) ٦}$$

الحل:

$$٧ = \binom{7}{1} \text{ (من خصائص التوافيق) (علامتان)}$$

## طرائق العد (التوافيق)

صيفية (٢٠١١)، (علامتان)

إذا كان  $\binom{s}{5} = \binom{s}{4}$ ، فإن قيمة (س) تساوي:

أ) ٤      ب) ٥      ج) ٩      د) ٢٠

الحل:

$$s = 5 + 4 = 9 \quad \text{علامتان}$$

شتوية (٢٠١٢)، (٦ علامات)

مجموعة مكونة من (٨) معلمين و (٤) إداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل.

الحل:

$$\begin{aligned} & \binom{8}{4} \binom{4}{0} + \binom{8}{3} \binom{4}{1} + \binom{8}{2} \binom{4}{2} + \binom{8}{1} \binom{4}{3} = \\ & \frac{6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3} + 4 \times \frac{7 \times 8}{1 \times 2} + \frac{3 \times 4}{1 \times 2} \times 8 = \\ & 56 + 4 \times 28 + 6 \times 8 = \\ & 216 = 56 + 112 + 48 \end{aligned}$$

صيفية (٢٠١٢)، (علامتان)

عدد توافيق (٦) عناصر مأخوذة (٣) عناصر في كل مرة يساوي:

$$\binom{6}{3} \quad \text{أ) } \binom{6}{3} \quad \text{ب) } 3 \times 6 \quad \text{ج) } 6 \times 3 \quad \text{د) } \binom{6}{3}$$

الحل:

$$\binom{6}{3} \quad \text{علامتان}$$

شتوية (٢٠١١)، (علامتان)

تساوي:  $\binom{6}{2}$

أ)  $\frac{L(2,6)}{16}$       ب)  $\frac{17}{14}$       ج)  $\frac{L(2,6)}{12}$       د)  $\frac{17}{12}$

الحل:

$$\frac{L(2,6)}{12} \quad \text{علامتان}$$

شتوية (٢٠١١)، (٤ علامات)

جد قيمة:  $3 \times \binom{7}{5}$

الحل:

$$\begin{aligned} 3 \times \binom{7}{2} &= 3 \times \binom{7}{5} \\ 3 \times \frac{6 \times 7}{1 \times 2} &= \\ 6 \times \frac{42}{2} &= \text{علامة} \\ 126 &= 6 \times 21 = \text{علامة} \end{aligned}$$

صيفية (٢٠١١)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن اختيار (٤) طلاب و (٣) طالبات لتشكيل لجنة في إحدى الكليات من بين (١٠) طلاب، (٥) طالبات؟

$$\begin{aligned} & \binom{10}{4} \binom{5}{3} \quad \text{أ) } \binom{10}{4} \binom{5}{3} \quad \text{ب) } \binom{10}{4} \binom{5}{3} \\ & \text{ج) } L(4,5) \times L(4,5) \quad \text{د) } L(3,5) \times L(3,5) \end{aligned}$$

الحل:

$$\binom{10}{4} \binom{5}{3} \quad \text{علامتان}$$

## طرائق العد (التوافيق)

(صيفية ٢٠١٣)، (علامتان)

مجموعة كل قيم (س) التي تحقق المعادلة هي:  $\binom{12}{8} = \binom{12}{س}$

(أ) {٤} (ب) {٨} (ج) {٨٤٤} (د) {١٢٤٨٤٤}

الحل:

$$س = ٨$$

$$س = ١٢ = ٨ + س$$

$$س = ٨٤٤ \text{ (علامتان)}$$

(صيفية ٢٠١٣)، (٥ علامات)

جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة  $٧! + \binom{١٠}{٢} \times ٢ = ٧!$

الحل:

$$٥ \times ٦ + \frac{٩ \times ١٠}{٢} \times ٢ = ٧! \text{ (علامتان)}$$

$$٣٠ + ٩٠ = ٧! \text{ (علامة)}$$

$$١٢٠ = ٧! \text{ (علامة)}$$

$$٥ = ٧ \text{ (علامة)} \quad ١٥ = ٧! \text{ (علامة)}$$

(شتوية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة  $\binom{٧}{٢} \times ٦ = \binom{٣٤}{٧}$

الحل:

$$\frac{\binom{٣٤}{٧}}{٢} \times ٦ = \binom{٣٤}{٧} \text{ (علامة)}$$

$$\binom{٣٤}{٧} \times ٣ = \binom{٣٤}{٧}$$

$$\binom{٣٤}{٧} \times ٣ = \binom{٣٤}{٧} \text{ (علامة)}$$

$$٣ = ٣ - ٧ \text{ (علامة)}$$

$$٥ = ٧ \text{ (علامة)}$$

(شتوية ٢٠١٣)، (علامتان)

إذا كان  $\binom{٧}{٣} = ٦٠$ ، فإن قيمة  $\binom{٧}{٣}$  يساوي:  $٥ = ٧$

(أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (ج) ٢٠ (د) ١٠

الحل:

$$١٠ = \frac{٦٠}{٦} = \frac{\binom{٧}{٣}}{٣!} = \binom{٧}{٣} \text{ (علامتان)}$$

(شتوية ٢٠١٣)، (علامتان)

قيمة (س) التي تحقق المعادلة هي:  $\binom{س}{٥} = \binom{س}{٣}$

(أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٨ (د) ٣

الحل:

$$س = ٥ + ٣ = ٨ \text{ (علامتان)}$$

(شتوية ٢٠١٣)، (٣ علامات)

بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة من بين (٥) معلمين و (٩) طلاب؟

الحل:

$$\frac{٨ \times ٩}{٢!} \times \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{٣!} = \binom{٩}{٢} \binom{٥}{٣} \text{ (علامتان)}$$

$$٣٦٠ = ٣٦ \times ١٠ = \text{طريقة}$$

(صيفية ٢٠١٣)، (علامتان)

بكم طريقة يمكن اختيار كتابين من بين سبعة كتب مختلفة؟

(أ) ٤٢ (ب) ٢١ (ج) ١٤ (د) ٧

الحل:

$$٢١ = \frac{٤٢}{٢} = \frac{٦ \times ٧}{٢!} = \binom{٧}{٢} \text{ (علامتان)}$$

## طرائق العد (التوافيق)

(صيفية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

إذا كان  $n!$  ل  $(3, 0) + \binom{10}{2} \times \frac{4}{3}$ ، فجد قيمة  $(n)$ .

الحل:

$$\frac{9 \times 10}{!2} \times \frac{4}{3} + 3 \times 4 \times 0 = !n$$

$$\frac{90}{2} \times \frac{4}{3} + 60 = !n$$

$$120 = 60 + 60 = !n$$

$$0 = n$$

(شتوى ٢٠١٥)، (٦ علامات)

إذا كان ل  $(3, n) = \binom{n}{4}$ ، فما قيمة  $(n)$ ؟

الحل:

$$\frac{(3-n)(2-n)(1-n)n}{!4} = (2-n)(1-n)n$$

$$\frac{(3-n)(2-n)(1-n)n}{24} = (2-n)(1-n)n$$

$$24 = 3 - n$$

$$\frac{3-n}{24} = 1$$

$$27 = n$$

(شتوية ٢٠١٥)، (٥ علامات)

مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٧) طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية منهم بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل.

الحل:

$$\binom{7}{0} \binom{4}{3} + \binom{7}{1} \binom{4}{2} + \binom{7}{2} \binom{4}{1} =$$

$$1 \times 4 + 7 \times \frac{3 \times 4}{2} + \frac{6 \times 7}{2} \times 4 =$$

$$130 = 4 + 42 + 84 =$$

(شتوية ٢٠١٤)، (٤ علامات)

مجموعة مكونة من (٦) معلمين و (٨) طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية تتكون من معلمين اثنين على الأقل.

الحل:

$$\binom{8}{0} \binom{6}{3} + \binom{8}{1} \binom{6}{2} =$$

$$1 \times \frac{4 \times 3 \times 2}{!3} + 8 \times \frac{6 \times 5}{!2} =$$

$$20 + 8 \times 15 =$$

$$140 = 20 + 120 =$$

(صيفية ٢٠١٤)، (٦ علامات)

إذا كان  $\frac{(2, n) L}{!3} = \binom{n}{3}$ ، فما قيمة  $(n)$ ؟

الحل:

$$\frac{(2, n) L}{!3} = \frac{(3, n) L}{!3}$$

$$(1-n)(n) = (2-n)(1-n)(n)$$

$$3 = n$$

(صيفية ٢٠١٤)، (٤ علامات)

مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية مكونة من رئيس ونائب للرئيس من المعلمين وعضوين من الطلاب.

الحل:

$$\binom{6}{2} \times 3 \times 4 =$$

$$\frac{5 \times 6}{!2} \times 12 =$$

$$180 = 15 \times 12 =$$

## طرائق العد (التوافيق)

(صيفية ٢٠١٥)، (٥ علامات)

جد قيمة  $(n)$  التي تحقق المعادلة:  $!(1-n) \times (3,6) = \binom{4}{2}$

الحل:

$$\binom{4}{2} \times (3,6) = !(1-n) \quad \text{علامة}$$

$$720 = !(1-n) \quad \text{علامة} \quad 6 \times 120 = !(1-n)$$

$$!6 = !(1-n) \quad \text{علامة}$$

$$6 = 1-n \quad \text{علامة} \quad 7 = n$$

(شتوية ٢٠١٦)، (٥ علامات)

جد قيمة  $(n)$  التي تحقق المعادلة:  $!(1+n) \times \binom{10}{3} = (6)$

الحل:

$$6 \times \frac{!(10)}{!3} = !(1+n) \quad \text{علامة}$$

$$6 \times \frac{8 \times 9 \times 10}{6} = !(1+n)$$

$$720 = !(1+n) \quad \text{علامة}$$

$$!6 = !(1+n) \quad \text{علامة}$$

$$6 = 1+n \quad \text{علامة} \quad 5 = n$$

(شتوية ٢٠١٦)، (٥ علامات)

مجموعة مكونة من (٤) طلاب من كلية العلوم، و (٦) طلاب من كلية الآداب في إحدى الجامعات. جد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب للرئيس وأربعة أعضاء من المجموعة بحيث يكون الرئيس ونائبه من كلية الآداب.

الحل:

$$\frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{!4} \times 5 \times 6 = \binom{8}{4} \times 5 \times 6 = \quad \text{علامة}$$

$$\frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{24} \times 30 = \quad \text{علامة}$$

$$2100 = 5 \times 6 \times 7 \times 10 = \quad \text{علامة}$$

(شتوية ٢٠١٥)، (٣ علامات)

جد قيم  $(s)$  في المعادلة  $\binom{9}{6} = \binom{9}{s}$

الحل:

$$s = 2 \quad \text{علامة}$$

$$s = 6$$

$$9 = 6 + s \quad \text{علامة}$$

$$s = 1 \quad \text{علامة}$$

$$s = 3$$

$$s = 3$$

(صيفية ٢٠١٥)، (٤ علامات)

مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب. جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة منهم مكونة من رئيس ونائب للرئيس وثلاثة أعضاء بحيث يكون الرئيس معلماً ونائبه طالباً.

الحل:

$$\binom{8}{3} \times \binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = \quad \text{علامة}$$

$$\frac{6 \times 7 \times 8}{6} \times 6 \times 4$$

$$1344 = 56 \times 24 = \quad \text{علامة}$$

(صيفية ٢٠١٥)، (علامتان)

إذا كان  $!(n) = 10$ ، فجد قيمة  $(n)$  ل (٣٤٧)

الحل:

$$10 = \frac{(347)}{!3} \quad \text{علامة}$$

$$10 \times !6 = (347) \quad \text{علامة}$$

$$60 = (347) \quad \text{علامة}$$

## طرائق العد (التوافيق)

(صيفية ٢٠١٩)، (١٢ علامة)

جد قيمة المقدار:  $\binom{5}{3} \times \frac{!4+!3}{(!2)^0}$

الحل:

علامتان  $\frac{3 \times 4 \times 5}{6} \times \frac{24+6}{2 \times 5} =$  علامتان

علامتان  $\frac{60}{6} \times \frac{30}{10} =$  علامتان

علامتان  $30 = 10 \times 3 =$  علامتان

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

بكم طريقة يمكن اختيار (٣) طلاب من بين (١٠) طلاب للمشاركة في إحدى المسابقات الوطنية؟

أ) ل (٣، ١، ٠) ب) ٣! ج)  $\binom{10}{3}$  د) ١٠!

الحل:

٣ علامت  $\binom{10}{3}$

(صيفية ٢٠١٩)، (١٢ علامة)

مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٣) معلمات، بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية منهم، بحيث تتكون اللجنة من معلم واحد على الأقل؟

الحل: علامتان  $\binom{3}{1} \binom{4}{3} + \binom{3}{2} \binom{4}{2} + \binom{3}{3} \binom{4}{1} =$

علامتان  $3 \times 4 + 3 \times \frac{3 \times 4}{!2} + 1 \times 4 =$  علامتان

$12 + 3 \times 6 + 4 =$

علامتان  $34 = 12 + 18 + 4 =$

(شتوية ٢٠١٨)، (٥ علامات)

مجموعة مكونة من خمسة رجال وأربع نساء، بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون فيها رجلان على الأقل؟

الحل:

علامة  $\binom{4}{0} \binom{5}{4} + \binom{4}{1} \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{2} =$

علامة  $1 \times 5 + 4 \times \frac{3 \times 4 \times 5}{!3} + \frac{3 \times 4}{!2} \times \frac{4 \times 5}{!2} =$

$5 + 4 \times \frac{60}{6} + \frac{12}{2} \times \frac{20}{2} =$

علامة  $105 = 5 + 40 + 60 =$  طريقة

(صيفية ٢٠١٨)، (٥ علامات)

بكم طريقة يمكن تشكيل فريق طبي رباعي من بين (٦) أطباء، و (٤) ممرضين للمشاركة في يوم طبي مجاني، بحيث يكون رئيس الفريق طبيب ومساعدته ممرض وبقيّة الأعضاء من الأطباء؟

الحل:

٣ علامت  $\binom{5}{2} \times 4 \times 6 =$

علامة  $\frac{20}{2} \times 24 = \frac{4 \times 5}{!2} \times 24 =$

علامة  $240 = 10 \times 24 =$  طريقة

(شتوية ٢٠١٩)، (علامتان)

إذا كان  $\binom{2}{10} = \binom{2}{3}$ ، فإن قيمة (٢) تساوي:

أ) ٥ ب) ٩ ج) ١٢ د) ١٨

الحل:

علامتان  $18 = س$   $10 + 3 = س$

## طرائق العد (التوافيق)

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (١٢ علامة)

$$\text{جد قيمة المقدار: } \frac{!٥ + !٤}{(!٣)^٦} \times \binom{٦}{٤}$$

الحل:

$$\text{علامتان} \left( \binom{٦}{٢} \right) \times \frac{١٢٠ + ٢٤}{٦ \times ٦} = \text{علامتان}$$

$$\text{علامتان} \frac{٥ \times ٦}{٢} \times \frac{١٤٤}{٣٦} = \text{علامتان}$$

$$\text{علامتان} \left( ٦٠ \equiv ١٥ \times ٤ \right) = \text{علامتان}$$

$$\text{علامتان} \quad ٣٠ = ١٠ \times ٣ =$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

ما عدد المجموعات الجزئية الثنائية التي يمكن تكوينها من مجموعة تحوي (٥) عناصر؟

$$\text{الحل:} \quad \left( \binom{٥}{٠} \right) \text{ (أ) } \quad \left( \binom{٥}{٢} \right) \text{ (ب) } \quad ٢ \times ٥ \text{ (ج) } \quad \left( \binom{٥}{٥} \right) \text{ (د) } \quad ٥! \times ٢$$

$$\text{علامت ٣} \left( \binom{٥}{٢} \right)$$

(صيفية ٢٠١٩)، (١٢ علامة)

مجموعة مكونة من (٣) نساء و (٤) رجال، بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية منهم، بحيث تتكون اللجنة من (٣) نساء على الأكثر؟

الحل:

$$\text{علامتان} \left( \binom{٤}{٤} \right) \left( \binom{٣}{٠} \right) + \text{علامتان} \left( \binom{٤}{٣} \right) \left( \binom{٣}{١} \right) + \text{علامتان} \left( \binom{٤}{٢} \right) \left( \binom{٣}{٢} \right) + \text{علامتان} \left( \binom{٤}{١} \right) \left( \binom{٣}{٣} \right) =$$

$$\text{علامتان} \quad ١ \times ١ + ٤ \times ٣ + ٦ \times ٣ + ٤ \times ١ =$$

$$١ + ١٢ + ١٨ + ٤ =$$

$$\text{علامتان} \quad ٣٥ =$$

## المتغيرات العشوائية

(شتوية ٢٠٠٨)، (٧ علامات)

سجلت إحدى القابلات في أحد المستشفيات ولادة ثلاثة أطفال في نفس اليوم حسب الجنس وتسلسل الولادة. فإذا علمت أن الأطفال ولدوا من ثلاث أمهات وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولايته أنثى:

(١) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور المسجلين في ذلك اليوم في المستشفى، فكتب قيم (س) الممكنة.

(٢) ما احتمال أن يكون جميع المواليد من الإناث.

الحل: (س: عدد الأطفال الذكور)

$$(١) \text{ س } = \{٠, ١, ٢, ٣\} \text{ علامت}$$

$$(٢) \text{ علامت ل (س=٠)} = \binom{3}{0} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \text{علامت}$$

$$\text{علامت} \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 1 \times 1 =$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (علامتان)

إذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في منطقة جرش (٠.٨)، زرع شخص (٣) شجيرات تفاح في حديقة بيته، ما احتمال نجاح زراعتها جميعاً؟

(١) ٠.٢ (ب) (٠.٢) (ج) (٠.٨) (د) ٠.٢٤

الحل:

$$\text{ل (س=٣)} = \binom{3}{3} \times (٠.٨)^3 \times (٠.٢)^0 = \text{علامت}$$

$$\text{علامت} (٠.٨)^3 = 1 \times (٠.٨)^3 \times 1 =$$

(شتوية ٢٠٠٨)، (علامتان)

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) معطى بالجدول التالي:

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	٠.٢	٠.٣	٠.١	٠.٤

فإن قيمة (ج) تساوي:

(أ) ٠.١ (ب) ٠.٢ (ج) ٠.٣ (د) ٠.٤

الحل:

$$1 = 0.1 + 0.3 + ج + 0.2$$

$$1 = 0.6 + ج$$

$$\text{علامتان} ج = 0.4$$

(شتوية ٢٠٠٨)، (٨ علامات)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذو الحدين، معاملاته (٨ = ٤)، (١ = ٠.٣)، اوجد كلاً مما يلي:

(١) ل (س=٢)

(٢) ل (س ≤ ٣)

الحل:

$$\text{ل (س=٢)} = \binom{8}{2} (٠.٣)^2 (٠.٧)^6 = \text{علامت}$$

(١)

$$\text{ل (س=٢)} = \binom{8}{2} (٠.٣)^2 (٠.٧)^6 = \text{علامت}$$

$$\text{علامت} \frac{3 \times 4}{12} = (٠.٩) \times (٠.٩) \times 6 = ٠.٩ \times ٠.٩ \times 6 = ٠.٢٦٤٦$$

(٢)

$$\text{ل (س ≤ ٣)} = \text{ل (س=٣)} + \text{ل (س=٢)} + \text{ل (س=١)} + \text{ل (س=٠)} = \text{علامت}$$

$$= \binom{8}{3} (٠.٣)^3 (٠.٧)^5 + \binom{8}{2} (٠.٣)^2 (٠.٧)^6 + \binom{8}{1} (٠.٣)^1 (٠.٧)^7 + \binom{8}{0} (٠.٣)^0 (٠.٧)^8 = \text{علامت}$$

$$= (١ \times ٠.٠٠٨١ \times ١) + (٠.٧ \times ٠.٠٢٧ \times ٤) =$$

$$\text{علامت} \text{ علامت} ٠.٨٣٧ = (٠.٠٠٨١) + (٠.٠٧٥٦) =$$

## المنعيرات العشوائية

(صيفية ٢٠٠٨)، (٦ علامات)

إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع (٥%)، أخذت (٤) قطع من إنتاج المصنع بطريقة عشوائية. ما احتمال أن يكون عدد القطع المعيبة ثلاث قطع على الأقل؟  
الحل: (س: عدد القطع المعيبة)

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) = \binom{4}{3} (0.05)^3 (0.95) + \binom{4}{4} (0.05)^4 = 0.000625 + 0.000625 = 0.00125$$

$$P(X=0) = \binom{4}{0} (0.05)^0 (0.95)^4 = 0.81450625$$

(شتوية ٢٠٠٩)، (٦ علامات)

أجريت ثلاث عمليات جراحية في أحد المستشفيات الأردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة يساوي (٨٠%)

(١) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد العمليات الجراحية الناجحة، فأكتب قيم (س) الممكنة.  
(٢) ما احتمال نجاح عملية جراحية واحدة فقط؟

الحل: (س: عدد العمليات الناجحة)

$$S = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} (0.8) (0.2)^2 = 0.384$$

$$0.384 = 0.8 \times 0.2 \times 0.2$$

(شتوية ٢٠٠٩)، (٥ علامات)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين، حيث (٣ = ن)، ل (س) = ١، فجد قيمة (١).

الحل:

$$P(X=1) = \binom{3}{1} p^1 (1-p)^{3-1}$$

$$P(X=1) = 3p(1-p)^2$$

$$P(X=0) = \binom{3}{0} p^0 (1-p)^3 = (1-p)^3$$

$$P(X=0) = \binom{3}{0} (1-p)^3 = (1-p)^3$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} p(1-p)^2 = 3p(1-p)^2$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} p^2(1-p) = 3p^2(1-p)$$

$$P(X=3) = \binom{3}{3} p^3 = p^3$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (٤ علامات)

إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع (١٠%)، فخذ (٤) قطع عشوائياً من إنتاج المصنع، فما احتمال أن تكون بينها قطعة واحدة على الأكثر معيبة؟  
الحل: (س: عدد القطع المعيبة)

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = \binom{4}{0} (0.1)^0 (0.9)^4 + \binom{4}{1} (0.1)^1 (0.9)^3$$

$$= 0.6561 + 0.2916 = 0.9477$$

$$0.9477 = 0.2916 + 0.6561$$

$$0.9477 = 0.2916 + 0.6561$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (٦ علامات)

يحتوي صندوق (٤) كرات حمراء و (٣) كرات بيضاء، سحب من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الحمراء المسحوبة فأكتب جدول الاحتمال للمتغير العشوائي (س).

الحل:

$$P(X=0) = \binom{2}{0} \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$P(X=1) = \binom{2}{1} \left(\frac{3}{7}\right) \left(\frac{4}{7}\right) = \frac{24}{49}$$

$$P(X=2) = \binom{2}{2} \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$$

س	صفر	١	٢
ل (س)	$\frac{9}{49}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{16}{49}$

## المتغيرات العشوائية

(صيفية ٢٠١٤)، (٦ علامات)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين، معاملاه (٤ = ن)، (١)، وكان ل (س ≤ ١) =  $\frac{10}{11}$ ، فجد:

- (١) قيمة (١).  
(٢) ل (س = ٣).

الحل:

(١)

$$ل (س ≤ ١) = \frac{10}{11}$$

$$١ - ل (س = ٠) = \frac{10}{11}$$

$$ل (س = ٠) = \frac{1}{11} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ١) = \frac{4}{11} = \binom{4}{1} \times (١)^1 \times (٠)^{4-1} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ٠) = \frac{1}{11} = \binom{4}{0} \times (١)^0 \times (٠)^{4-0} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ١) = \frac{4}{11} = \binom{4}{1} \times (١)^1 \times (٠)^{4-1}$$

$$ل (س = ٠) = \frac{1}{11} = \binom{4}{0} \times (١)^0 \times (٠)^{4-0} \text{ علامة}$$

(٢)

$$ل (س = ٣) = \binom{4}{3} \times (١)^3 \times (٠)^{4-3} = \frac{4}{11} \text{ علامة}$$

(شتوية ٢٠١٥)، (٦ علامات)

قررت إحدى شركات الاستيراد رفض مستورداتها من الشركة المصنعة إذا وجدت وحدتان معيبتان أو أكثر في عينة عشوائية مكونة من (٦) وحدات، فإذا كانت نسبة المعيب في إنتاج الشركة المصنعة (١٠٪)، فما احتمال قبول الشركة المستوردة للشحنة؟

الحل: (س: عدد القطع المعيبة)

$$ل (س ≥ ١) \text{ علامة}$$

$$ل (س ≥ ١) = ١ - ل (س = ٠) \text{ علامة}$$

$$ل (س = ٠) = \binom{6}{0} \times (٠.١)^0 \times (٠.٩)^6 \text{ علامتان}$$

$$ل (س = ٠) = ٠.٥٩ \times ٠.١ \times ٦ + ٠.٥٣ \times ١ \times ١ = \text{علامتان}$$

$$٠.٨٨ = ٠.٣٥ + ٠.٥٣ =$$

(صيفية ٢٠١٣)، (٥ علامات)

زرع شخص شجرتين في حديقة منزله، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأشجار الناجحة وكان احتمال نجاح زراعة الشجرة الواحدة (٠.٨)، فأجب عما يأتي:

(١) اكتب قيم (س).

(٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

الحل:

(١)

$$س = \{٠, ١, ٢\} \text{ علامة}$$

(٢)

$$ل (س = ٠) = \binom{2}{0} \times (٠.٨)^0 \times (٠.٢)^2 = ٠.٠٤ \text{ علامة}$$

$$ل (س = ١) = \binom{2}{1} \times (٠.٨)^1 \times (٠.٢)^1 = ٠.٣٢ \text{ علامة}$$

$$ل (س = ٢) = \binom{2}{2} \times (٠.٨)^2 \times (٠.٢)^0 = ٠.٦٤ \text{ علامة}$$

س	صفر	١	٢
ل(س)	٠.٠٤	٠.٣٢	٠.٦٤

(شتوية ٢٠١٤)، (٥ علامات)

إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة، وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادة أنثى، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

الحل: س = {٠, ١, ٢, ٣}

$$ل (س = ٠) = \binom{3}{0} \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ١) = \binom{3}{1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ٢) = \binom{3}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8} \text{ علامة}$$

$$ل (س = ٣) = \binom{3}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8} \text{ علامة}$$

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

## المتغيرات العشوائية

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالجدول المجاور،

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	٠,٢	٠,٤	ك	٠,١

فإن قيمة الثابت (ك) تساوي:

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٧ (ج) ٠,٣ (د) ٠,٧

الحل:

$$٠,٣ = ٠,٢ + ٠,٤ + ك + ٠,١ \Rightarrow ك = ٠,٣$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (١٣ علامة)

في تجربة إختبار عشوائي لعائلة لديها ثلاثة أطفال، وتسجيل المواليد حسب الجنس وتسلسل الولادة، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الإناث في العائلة، فأكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

الحل:

$$\frac{1}{4} = ١ \text{ علامة}$$

$$ل(س=٠) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=١) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=٢) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=٣) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \text{ علامتان}$$

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

٤ علامات

(شتوية ٢٠١٩)، (٥ علامات)

غرس مزارع (٥) نخلات وكانت نسبة احتمال نجاح نخلة الواحدة (٠,٤)، ما احتمال نجاح غرس (٣) نخلات؟

الحل:

$$س = \{٥, ٤, ٣, ٢, ١, ٠\}$$

$$ل(س=١) = \binom{5}{1} (٠,٤)^1 (٠,٦)^{٤} \text{ علامة}$$

$$ل(س=٣) = \binom{5}{3} (٠,٤)^3 (٠,٦)^2 \text{ علامة}$$

$$٠,٢٣ = ٠,٣٦ \times ٠,٦٤ \times ١٠ = ٣ \text{ علامت}$$

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالجدول المجاور،

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	٠,٢	م	٠,٣	٠,١

فإن قيمة الثابت (م) تساوي:

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٦ (ج) ٠,٤ (د) ٠,٤

الحل:

$$٠,٤ = ٠,٢ + ٠,٣ + م + ٠,١ \Rightarrow م = ٠,٤$$

(صيفية ٢٠١٩)، (١٣ علامة)

في تجربة إلقاء قطعة نقد (٣) مرات متتالية، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور صورة، فأكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

الحل:

$$\frac{1}{4} = ١ \text{ علامة}$$

$$ل(س=٠) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=١) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=٢) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} \text{ علامتان}$$

$$ل(س=٣) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \text{ علامتان}$$

س	صفر	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

٤ علامات

## العلامة المعيارية

(صيفية ٢٠١٠)، (علامتان)

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبية أحد الصفوف في مبحث الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري (٥)، فإن العلامة المعيارية للعلامة (٦٠) هي:

(أ) ٢ (ب) ١٠ (ج) ٢ (د) ١٠-

الحل:

$$\begin{aligned} ٥ &= \sigma \\ ٥ &= \sigma \\ ٦٠ &= \sigma \\ ٦٠ &= \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٦٠ - ٥ &= z \times \sigma \\ ٥٥ &= z \times ٥ \\ \frac{٥٥}{٥} &= \frac{z \times ٥}{٥} \\ ١١ &= z \end{aligned}$$

(شتوية ٢٠١١)، (٥ علامات)

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥)، والانحراف المعياري لها (٦)، فجد العلامة التي تتحرف فوق الوسط انحرافين معيارين.

الحل:

$$\begin{aligned} ٦٥ &= \bar{x} \\ ٦ &= \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٦٥ \pm ٢ \times ٦ &= \bar{x} \\ ٦٥ + ١٢ &= ٧٧ \\ ٧٧ &= \bar{x} \end{aligned}$$

(صيفية ٢٠١١)، (٥ علامات)

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما، في مادة الرياضيات (٦٠)، والانحراف المعياري لها (٤)، وكانت العلامة المعيارية لعلامة الطالب أحمد تساوي (-٣)، فجد علامته الفعلية التي حصل عليها.

الحل:

$$\begin{aligned} ٦٠ &= \bar{x} \\ ٤ &= \sigma \\ ٦٠ - ٣ &= z \times \sigma \\ ٦٠ - ١٢ &= ٤٨ \\ ٤٨ &= \bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٦٠ - ٣ &= z \times \sigma \\ ٦٠ - ١٢ &= ٤ \times ٤ \\ ٦٠ - ١٢ &= ١٦ \\ ٤٨ &= \bar{x} \end{aligned}$$

(شتوية ٢٠٠٨)، (علامتان)

في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام (٦٠) تقابل العلامة المعيارية (٣)، وكان الوسط الحسابي (٥٤)، فإن الانحراف المعياري لهذا التوزيع يساوي:

(أ) ٢ (ب) ٢ (ج) ٦ (د) ٦-

الحل:

$$\begin{aligned} ٦٠ &= \bar{x} \\ ٣ &= z \\ ٥٤ &= \bar{x} \\ ٥٤ &= \bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٥٤ - ٦٠ &= z \times \sigma \\ -٦ &= ٣ \times \sigma \\ \sigma &= -٢ \end{aligned}$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (علامتان)

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي (٦٠)، والانحراف المعياري لها يساوي (٤)، فإن القيمة التي تتحرف انحرافين معيارين تحت الوسط الحسابي تساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٥٢ (ج) ٥٦ (د) ٥٨

الحل:

$$\begin{aligned} ٦٠ &= \bar{x} \\ ٤ &= \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٦٠ \pm ٢ \times ٤ &= \bar{x} \\ ٦٠ - ٨ &= ٥٢ \\ ٥٢ &= \bar{x} \end{aligned}$$

(شتوية ٢٠٠٩)، (علامتان)

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) والانحراف المعياري لها (٥)، فإن العلامة المعيارية للعلامة (٥٨) تساوي:

(أ) ٢ (ب) ٠.٤ (ج) ٠.٤- (د) ٢-

الحل:

$$\begin{aligned} ٦٠ &= \bar{x} \\ ٥ &= \sigma \\ ٥٨ &= \bar{x} \\ ٥٨ &= \bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٥٨ - ٦٠ &= z \times \sigma \\ -٢ &= z \times ٥ \\ z &= -٠.٤ \end{aligned}$$

## العلامة المعيارية

(شتوية ٢٠١٧)، (٤ علامات)

إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية (٧٥٤٩٠)، والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما (١-٤٢) على الترتيب، فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف.

$$\begin{array}{l} ٥٠ \\ ١- \end{array} \quad \begin{array}{l} ٩٠ = ٥ \\ ١ = ٢ \end{array}$$

$$\bar{x} - ٥ = ٩٠$$

$$\bar{x} - ٩٠ = ١ \times ٣$$

$$\bar{x} - ٩٠ = ٣$$

$$\bar{x} = ٩٣$$

$$\bar{x} = ٩٣$$

$$\bar{x} = ٨٠ \text{ علامة}$$

$$\frac{\text{ع} - \text{فوقه}}{\text{فوقه}} = \frac{\text{ع}}{\text{فوقه}}$$

$$\frac{٥٠ - ٩٠}{١ - ٤} = \frac{\text{ع}}{٣}$$

$$٣ = \frac{١٥}{٣} = \text{ع}$$

$$\text{ع} = ٣$$

(صيفية ٢٠١٨)، (علامتان)

معتدماً الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لطالب في أربعة مباحث، ما المبحث الذي يكون تحصيل الطالب فيه أفضل؟

المبحث	الرياضيات	التاريخ	الجغرافيا	اللغة العربية
العلامة المعيارية	١	صفر	٣-	٢

(أ) الرياضيات

(ب) التاريخ

(ج) الجغرافيا

(د) اللغة العربية

الحل: مبحث اللغة العربية الأفضل. (أكبر علامة معيارية) علامتان

(شتوية ٢٠١٩)، (علامتان)

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة مشاهدات يساوي (١)، وكانت المشاهدة (١.٢) تقابل العلامة المعيارية (٢)، فإن المتوسط الحسابي لهذه المشاهدات يساوي:

الحل: (أ) ١٥ (ب) ١٤ (ج) ١٠ (د) ٦

$$١ = \text{ع}$$

$$١.٢ = ٢$$

$$٢ = ٣$$

$$٣ = ٤$$

$$\bar{x} - ١ = ١.٢$$

$$\bar{x} - ١.٢ = ٢$$

$$\bar{x} - ١.٢ = ٢$$

$$\bar{x} = ١.٢ + ٢ = ٣.٢$$

$$\bar{x} = ١.٢ + ٢ = ٣.٢$$

$$\bar{x} = ١.٢ + ٢ = ٣.٢$$

(صيفية ٢٠١٦)، (٤ علامات)

في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام (٦٨) تقابل العلامة المعيارية (٠.٥)، وكان الوسط الحسابي (٦٥)، جد الانحراف المعياري للتوزيع.

الحل:

$$٦٨ = ٥$$

$$٧٥ = ٢$$

$$٦٥ = ٣$$

$$٦٥ = ٤$$

$$\bar{x} - ٥ = ٦٨$$

$$\bar{x} - ٦٨ = ٥ \times ٣$$

$$٣ = ٦٨ - ٥$$

$$\frac{٣}{٣} = \frac{٦٨ - ٥}{٣}$$

$$\bar{x} = ٦٥$$

## العلامة المعيارية

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طالبة في مبحث الرياضيات يساوي (٨٠) والانحراف المعياري لها (٢)، فإن العلامة المعيارية المقابلة للعلامة (٨٦) هي:

$$\frac{1}{3} \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (ج)}$$

$$3 \text{ (ب)}$$

$$3 - \text{ (أ)}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 80 &= \bar{x} \\ 2 &= \sigma \\ 86 &= x \\ (?) &= z \end{aligned}$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$80 - 86 = -6 = z \cdot 2$$

$$\frac{-6}{2} = z$$

$$z = -3$$

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

معتدلاً الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لأربعة طلاب في إمتحان الرياضيات، الطالب الذي تحصيله في الإمتحان أفضل هو:

الاسم	علي	محمد	طارق	يوسف
العلامة المعيارية	١	صفر	٣-	٢

(أ) علي (ب) محمد (ج) طارق (د) يوسف

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي (٦٠) والانحراف المعياري لها يساوي (٤)، فإن القيمة التي تنحرف انحرافين معيارين تحت المتوسط الحسابي هي:

(أ) ٥٦ (ب) ٥٨ (ج) ٦٨ (د) ٥٢

الحل:

$$\begin{aligned} 60 &= \bar{x} \\ 4 &= \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} - 2\sigma &= 60 - 8 = 52 \\ \bar{x} - \sigma &= 60 - 4 = 56 \\ \bar{x} &= 60 \\ \bar{x} + \sigma &= 60 + 4 = 64 \\ \bar{x} + 2\sigma &= 60 + 8 = 68 \end{aligned}$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

الجدول المجاور يبين العلامات المعيارية لفاطمة في أربعة مباحث، المبحث الذي يكون تحصيل فاطمة فيه أفضل هو:

المبحث	اللغة العربية	الرياضيات	التاريخ	العلوم
العلامة المعيارية	٢	٣	١-	صفر

(أ) اللغة العربية (ب) الرياضيات

(ج) التاريخ (د) العلوم

## التوزيع الطبيعي

(شتوية ٢٠١١)، (علامتان)

من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن وسطه الحسابي يساوي:

١ (أ) (ب) صفر (ج) ١ - (د)  $\frac{1}{3}$

الحل: الجواب = صفر (علامتان)

(شتوية ٢٠١١)، (٥ علامات)

تتخذ أعمار (١٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوساط حسابي (٥٢) سنة وانحراف معياري (٨) سنوات، ما عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن (٦٠) سنة؟

(ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	٠.٨	٠.٩	١.٠	١.١	١.٢	١.٣
ل(ز)	٠.٧٨٨١	٠.٨١٥٩	٠.٨٤١٣	٠.٨٦٤٣	٠.٨٨٤٩	٠.٩٠٣٢

الحل: لتكن (س) عمر الشخص

$P(S \leq 60) = 1 - P(S \geq 60)$  علامة

$1 - P\left(\frac{52-60}{8} \geq z\right)$  علامتان

$1 - P(z \geq 1)$

$1 - 0.2420 = 0.7580$  علامة

عدد الأشخاص  $10000 \times 0.7580 = 7580$  علامة

(صيفية ٢٠١١)، (٦ علامات)

إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط الحسابي (٣.٥) كغم وانحرافه معياري (٠.٥) كغم. إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة، فما احتمال أن يكون وزنه أكبر من (٣) كغم؟

(ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	٠.٥	٠.٦	٠.٧	٠.٨	٠.٩	١
ل(ز)	٠.٦٩١٥	٠.٧٢٥٧	٠.٧٥٨٠	٠.٧٨٨١	٠.٨١٥٩	٠.٨٤١٣

الحل: لتكن (س) وزن الطفل

$P(S \leq 3) = 1 - P(S > 3)$  علامة

$1 - P\left(\frac{3.5-3}{0.5} \leq z\right)$  علامتان

$1 - P(z \leq 1)$  علامة

$1 - 0.2420 = 0.7580$  علامة

$0.7580$  علامة

(شتوية ٢٠١٠)، (٧ علامات)

تقدم لامتحان الثانوية العامة في إحدى السنوات (٢٠٠٠) طالب من طلبة أحد الفروع المهنية، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٧) وانحراف معياري (١٦). إذا علمت أنه لا يسمح للطلاب الذي معدله أقل من (٦٥) بتقديم طلبات للجامعات الحكومية. جد عدد طلبة ذلك الفرع الذي يحقق لهم تقديم تلك الطلبات. (ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	٠.٥	١	١.٥	٢	٢.٥
ل(ز)	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢	٠.٩٩٣٨

الحل: لتكن (س) علامة الطالب

$P(S \leq 65)$  علامة

$1 - P\left(\frac{57-65}{16} \leq z\right)$  علامة

$1 - P(z \leq -0.5)$  علامة

$1 - 0.3085 = 0.6915$  علامة

عدد الطلبة = العدد الكلي  $\times$  الاحتمال

$0.6915 \times 2000 = 1383$  علامة

(صيفية ٢٠١٠)، (٧ علامات)

إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي، وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٥) والانحراف المعياري (١٠)، وكان عدد الناجحين (٥٣٩٨) طالباً، فما علامة النجاح؟ (ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	٠.١	٠.٢	٠.٣	٠.٤	٠.٥
ل(ز)	٠.٥٣٩٨	٠.٥٧٩٣	٠.٦١٧٩	٠.٦٥٥٤	٠.٦٩١٥

الحل:

نسبة الطلاب الناجحين  $= \frac{5398}{10000} = 0.5398$  علامة

نفرض العلامة المعيارية هي (١)

$P(Z \leq 1) = 0.5398$  ، بالرجوع إلى الجدول  $1 - 0.1 = 0.9$  علامة

لإيجاد علامة النجاح  $Z = \frac{S - \bar{S}}{\sigma}$  علامة

$0.9 = 1 - \frac{55 - S}{10}$  علامة

$S = 55 + 1 - 0.9 \times 10 = 56$  علامة

## التوزيع الطبيعي

(شئوية ٢٠١٦)، (٧ علامات)

إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٨)، والانحراف المعياري لها (١٠)، وكان عدد الطلبة الناجحين (٦١٧٩) طالباً، فما علامة النجاح؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٥٥٤	٠,٦٩١٥

الحل:

$$ل(س) = ل(٦٠ \leq ز) = ل\left(\frac{٦٠-٥٨}{١٠} \leq ز\right) \text{ علامتين}$$

نسبة الطلاب الناجحين =  $\frac{٦١٧٩}{١٠٠٠٠} = ٠,٦١٧٩$  علامة

$$ل(ز \leq ١) = ٠,٦١٧٩ \text{ ، بالرجوع إلى الجدول } ١ - ل(ز > ١) = ٠,٣ -$$

$$ل(ز > ١) = ٠,٣ - ل(ز \leq ١) = ٠,٣ - ٠,٦١٧٩ = -٠,٣١٧٩$$

$$ل(ز > ١) = ٠,٣ - ل(ز \leq ١) = ٠,٣ - ٠,٦١٧٩ = -٠,٣١٧٩$$

$$٠,٣ - ل(ز \leq ١) = ٠,٣ - ٠,٦١٧٩ = -٠,٣١٧٩$$

$$٠,٣ - ل(ز \leq ١) = ٠,٣ - ٠,٦١٧٩ = -٠,٣١٧٩$$

(صيفية ٢٠١٦)، (٧ علامات)

تتوزع أوزان (٢٠٠٠) صندوق تفاح عند التعبئة توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي (٦) كغم، وانحرافه المعياري (٠,٣) كغم، جد عدد الصناديق التي يقل وزنها عن (٥,٧) كغم.

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠,٣	٠,٥	١	١,٥
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦١٧٩	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢

الحل: لتكن (س) وزن صندوق التفاح

$$ل(س > ٥,٧) = ل\left(\frac{٥,٧-٦}{٠,٣} > ز\right) \text{ علامة}$$

$$ل(ز > -١) = ل(١ > ز) = ١ - ل(ز \leq ١) \text{ علامة}$$

$$١ - ل(ز \leq ١) = ١ - ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧ \text{ علامتين}$$

$$٠,١٥٨٧ =$$

$$\text{عدد الصناديق} = ٠,١٥٨٧ \times ٢٠٠٠ = ٣١٧ \text{ صندوقاً}$$

علامتين

(شئوية ٢٠١٥)، (٧ علامات)

تقدم (١٥٠٠٠) طالباً لامتحان ما، وكانت نتائجهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لعلاماتهم (٦٥) والانحراف المعياري (٥)، وعلامة النجاح (٦٠). جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان.

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

الحل: لتكن (س) علامة الطالب

$$ل(س \leq ٦٠) = ل\left(\frac{٦٠-٦٥}{٥} \leq ز\right) \text{ علامتين}$$

$$ل(١ - ل(ز \leq ١)) =$$

$$ل(ز \geq ١) = ٠,٨٤١٣ \text{ علامتين}$$

$$\text{عدد الطلبة} = \text{العدد الكلي} \times \text{الاحتمال} \text{ علامة}$$

$$= ٠,٨٤١٣ \times ١٥٠٠٠ = ١٢٦٢٠ \text{ طالب علامة}$$

(صيفية ٢٠١٥)، (٧ علامات)

يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات وعددهم (٦٠٠٠) طالباً لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي (١٠٨) وانحرافه المعياري (١٠)، فما عدد الطلبة الذين ينحصر معامل ذكائهم بين (١٠٣) و (١١٨)؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

الحل: لتكن (س) معدل الذكاء

$$ل(١٠٣ \leq س \leq ١١٨) =$$

$$ل\left(\frac{١٠٣-١٠٨}{١٠} \leq ز \leq \frac{١١٨-١٠٨}{١٠}\right) \text{ علامة}$$

$$ل(-٠,٥ \leq ز \leq ١) =$$

$$ل(١ \geq ز) - ل(١ \geq ز) = ١ - ل(ز \leq ١) \text{ علامة}$$

$$١ - ل(ز \leq ١) = ١ - ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧ \text{ علامة}$$

$$٠,١٥٨٧ \times ٦٠٠٠ = ٩٥٣,٢٨ \text{ علامة}$$

عدد الطلبة = العدد الكلي × الاحتمال

$$= ٩٥٣,٢٨ \times ٦٠٠٠ = ٥٧١٩٧ \text{ طالب علامة}$$

علامة

## التوزيع الطبيعي

(صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، وكان ل (ز)  $(1 \geq z) = 0.8$ ، فإن قيمة ل  $(1 - z)$  تساوي:

(أ) ٠.٨ (ب) ٠.٢ (ج) ٠.٢ (د) ٠.٨

الحل:

$$ل(1 - z) = 1 - ل(z \geq 1) \\ 0.2 = 0.8 - 1 =$$

(صيفية ٢٠١٩)، (١٤ علامة)

تتبع كتل (٢٠٠٠٠) طفل حديثي الولادة توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي (٤) كغم، وانحرافه المعياري (٠.٥). ما عدد الأطفال الذين تكون كتلتهم أكبر أو يساوي (٣.٥) كغم؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢
ل(ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

الحل: لتكن (س) كتلة الطفل

$$ل(س \leq 3.5) \text{ علامتن}$$

$$ل(ز \leq \frac{4-3.5}{0.5}) \text{ علامتن}$$

$$ل(ز \leq -1) \text{ علامتن}$$

$$ل(1 \geq ز) \text{ علامتن}$$

$$0.8413 = \text{علامتن}$$

$$\text{عدد الطلبة} = \text{العدد الكلي} \times \text{الاحتمال} \text{ علامتن}$$

$$16826 = 0.8413 \times 20000 = \text{علامتن}$$

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، وكان ل (ز)  $(1 \geq z) = 0.6$ ، فإن قيمة ل  $(1 - z)$  تساوي:

(أ) ٠.٤ (ب) ٠.٦ (ج) ٠.٤ (د) ٠.٦

الحل:

$$ل(ز \leq 1) = 1 - ل(ز \geq 1) \\ 0.6 =$$

(صيفية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

تتبع علامات طلبة في امتحان عام توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي (٧٥)، وانحرافه المعياري (٥)، إذا اختير طالب عشوائياً، فما احتمال أن تكون علامته أقل من أو يساوي (٨٠).

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠.١	٠.٢	١	٢
ل(ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٥٣٩٨	٠.٥٧٩٣	٠.٨٤١٣	٠.٩٧٧٢

الحل: لتكن (س) علامة الطالب

$$ل(س \geq 80) \text{ علامة}$$

$$ل(ز \geq \frac{75-80}{5}) \text{ علامة}$$

$$ل(ز \geq -1) \text{ علامة}$$

$$0.8413 = \text{علامة}$$

(شتوية ٢٠١٩)، (٥ علامات)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي (١٠) وانحراف معياري (١) فجد:

$$(١) \text{ قيمة } (١) \text{ حيث } ل(ز \leq 1) = 0.228$$

$$(٢) ل(س \geq 1)$$

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	صفر	٠.١	٠.٢	١	٢
ل(ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٥٣٩٨	٠.٥٧٩٣	٠.٨٤١٣	٠.٩٧٧٢

الحل:

(١)

$$ل(ز \leq 1) = 0.228$$

$$ل(ز \geq 1) = 1 - 0.228 = \text{علامة}$$

$$0.9772 = \text{علامة} \quad 2 = 1 \text{ علامة}$$

(٢)

$$ل(س \geq 1) = ل(ز \geq \frac{1-10}{1}) \text{ علامة}$$

$$ل(ز \geq -9) = 0.8413 = \text{علامة}$$

## الارتباط

(شئوية ٢٠٠٨)، (٤ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين وعدد قيم كل منها (٨) وكان:  $\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s}) = 200$ ،  $\sum_{i=1}^8 (v_i - \bar{v}) = 128$

أوجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين  $s$ ،  $v$ .

الحل:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})^2 \times \sum_{i=1}^8 (v_i - \bar{v})^2}}$$

(علمتان)

$$0.75 = \frac{120}{160} = \frac{120}{8 \times 20} = \frac{120}{64\sqrt{20}} = \frac{120}{32 \times 4 \times 2 \times 10.0\sqrt{2}} = \frac{120}{128 \times 20.0\sqrt{2}}$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (علمتان)

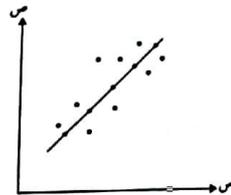
إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين  $s$ ،  $v$  يساوي (٠.٨)، غُذلت قيم كل من المتغيرين  $s$ ،  $v$  حسب العلاقة  $s^* = 2s - 1$ ،  $v^* = 1 - 4v$ ، فإن معامل ارتباط بيرسون بين  $s^*$ ،  $v^*$  يساوي:

- (أ) ٠.٢      (ب) ٠.٢      (ج) ٠.٨      (د) ٠.٨-      (علمتان)

الحل: إشارة معامل  $s$  موجبة  $\times$  معامل  $v$  سالبة = معامل ارتباط بيرسون الجديد نفسه بعكس الإشارة.

(صيفية ٢٠٠٨)، (علمتان)

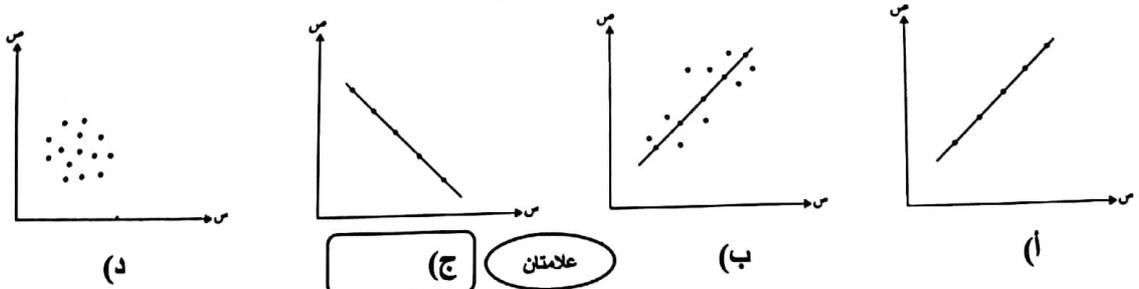
يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين  $s$ ،  $v$ . ما هي أقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين  $s$ ،  $v$ ؟



- (أ) ١      (ب) ١-      (ج) ٠.٧-      (د) ٠.٧      (علمتان)

(شئوية ٢٠٠٩)، (علمتان)

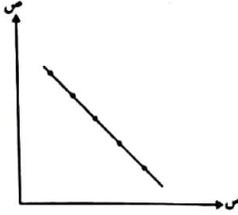
الشكل الممثل للارتباط الخطي العكسي بين المتغيرين  $s$ ،  $v$  هو شكل:



## الارتباط

**(شتوية ٢٠١٥)، (علامتان)**

إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين (س، ص) في شكل الإنتشار المجاور حيث وقعت النقاط جميعها على خط مستقيم، أكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين (س، ص) ؟



الحل:

$$r = -1 \quad \text{علامتان}$$

**(شتوية ٢٠١٥)، (٤ علامات)**

إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٥) وكان:  $\sum_{i=1}^{15} (s_i - \bar{s})^2 = 40$ ،  $\sum_{i=1}^{15} (v_i - \bar{v})^2 = 90$ ،

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س، ص.

الحل:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{15} (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{15} (s_i - \bar{s})^2 \sum_{i=1}^{15} (v_i - \bar{v})^2}} = \frac{24}{\sqrt{40 \times 90}} = \frac{24}{\sqrt{3600}} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0.4$$

**(صيفية ٢٠١٥)، (علامة)**

إذا كان معامل الارتباط بين س، ص يساوي (٠.٤)، فجد قيمة معامل الارتباط بين س\*، ص\*، حيث س = ٥ + س، ص = ٢ - ص\*

الحل: إشارة معامل س موجبة × معامل ص سالبة = معامل ارتباط بيرسون الجديد هي نفس القيمة بعكس الإشارة.

$$r = -0.4 \quad \text{علامة}$$

## الارتباط

(صيفية ٢٠١٦)، (٨ علامات)

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي (ر) بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي:

٦	٤	٥	٨	٧	س
٨	٦	٧	٩	١٠	ص

الحل:

س	ص	(س-ص)	(س-ص) <sup>٢</sup>	ص	ص <sup>٢</sup>	ص(س-ص)	(ص-ص)	(ص-ص) <sup>٢</sup>	(ص-ص)
٧	٦	١	١	١٠	١٠٠	٦٠	٣	٩	٣
٨	٦	٢	٤	٩	٨١	٥٤	٢	٤	٢
٥	٦	١	١	٧	٤٩	٤٢	١	١	١
٤	٦	٢	٤	٦	٣٦	٢٤	٤	١٦	٤
٦	٦	٠	٠	٨	٦٤	٤٨	٠	٠	٠
		١٠	١٠			١٠	٩		
		المجموع							

$$\frac{\sum (س-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (س-ص)^2 \sum (ص-ص)^2}} = 1$$

$$٦ = \frac{٣٠}{٥} = \frac{٣ \text{ قيمه ص}}{\text{عدد ص}}$$

$$٨ = \frac{٤٠}{٥} = \frac{٣ \text{ قيمه ص}}{\text{عدد ص}}$$

$$٠.٩ = \frac{٩}{١٠} = \frac{٩}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = \frac{٩}{١٠} = ٠.٩$$

$$\boxed{٠.٩ = ر}$$

(شتوية ٢٠١٧)، (٤ علامات)

إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٢)، وكان:  $\sum_{i=1}^{12} (س_i - \bar{س})^2 = ٣٦$ ،  $\sum_{i=1}^{12} (ص_i - \bar{ص})^2 = ٦٤$ ،

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س، ص.

الحل:

$$١/٣ = \frac{١٦}{٤٨} = \frac{١٦}{٨ \times ٦} = \frac{١٦}{\sqrt{٦٤ \times ٣٦}} = \frac{١٦}{\sqrt{2^2 (٤-٤) \times 2^2 (٣-٣)}} = ٠.٩$$

## الارتباط

(صيفية ٢٠١٧)، (٨ علامات)

اصب معامل ارتباط بيرسون الخطي (r) بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي:

س	١٠	٩	١٣	١٥	٨
ص	١٠	١١	٥	٧	١٢

الحل:

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(V - \bar{V})}{\sqrt{\sum (S - \bar{S})^2 \sum (V - \bar{V})^2}}$$

$$r = \frac{00}{0} = \frac{\sum (S - \bar{S})(V - \bar{V})}{\sqrt{\sum (S - \bar{S})^2 \sum (V - \bar{V})^2}}$$

$$r = \frac{40}{34} = \frac{\sum (S - \bar{S})(V - \bar{V})}{\sqrt{\sum (S - \bar{S})^2 \sum (V - \bar{V})^2}}$$

س	ص	(س-مت)	(ص-مت)	(س-مت)²	(ص-مت)²	(س-مت)(ص-مت)
١٠	١١	١	٩	١	٨١	٩
٩	١١	٠	٩	٠	٨١	٠
١٣	٥	٤	٩	١٦	٨١	٣٦
١٥	٧	٦	٩	٣٦	٨١	٥٤
٨	١٢	٠	٩	٠	٨١	٠
<b>٣٤</b>	<b>٣٤</b>	<b>١١</b>	<b>٣٦</b>	<b>٥٣</b>	<b>٣٦٥</b>	<b>٩٠</b>

$$r = \frac{90}{\sqrt{53 \times 365}} = 1$$

$$\boxed{\frac{90}{34} = 1}$$

(شتوية ٢٠١٨)، (علامتان)

ما نوع العلاقة التي ترتبط بين المتغيرين (س، ص) في شكل الإنتشار المجاور؟



(ب) طردية تامة

(أ) طردية (موجبة)

(د) عكسية (سالبة) علامتان

(ج) عكسية تامة

## الارتباط

(شئوية ٢٠١٨)، (٣ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين عدد قيم كل منها (٩)، وكان:  $\sum_{i=1}^9 (s_i - \bar{s})^2 = 81$ ،  $\sum_{i=1}^9 (v_i - \bar{v})^2 = 400$ ،  
 $\sum_{i=1}^9 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 160$ ، فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين  $s$ ،  $v$ .

الحل:

$$r = \frac{\sum (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum (s_i - \bar{s})^2 \times \sum (v_i - \bar{v})^2}} = \frac{160}{\sqrt{81 \times 400}} = \frac{160}{180} = \frac{8}{9}$$

(صيفية ٢٠١٨)، (٤ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين عدد قيم كل منها (٥)، وكان:  $\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 7$ ،

$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = 10$ ،  $\sum_{i=1}^5 (v_i - \bar{v})^2 = 20$ ، فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين  $s$ ،  $v$ .

الحل:

$$r = \frac{\sum (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum (s_i - \bar{s})^2 \times \sum (v_i - \bar{v})^2}} = \frac{7}{\sqrt{10 \times 20}} = \frac{7}{20\sqrt{2}}$$

(شئوية ٢٠١٩)، (علامتان)

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين  $s$ ،  $v$  يساوي  $(-0.2)$  وكان  $s = 5 + v$ ،  $v = 1 - s$ ، فإن معامل الارتباط بين  $s$ ،  $v$  يساوي:

(د) ١،٢ (علامتان)

(ج) ٠،٢

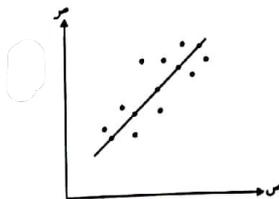
(ب) -٠،٢

(أ) ١،٢

الحل: إشارة معامل  $s$  موجبة  $\times$  معامل  $v$  سالبة = معامل ارتباط بيرسون الجديد نفسه بعكس الإشارة.

(شئوية ٢٠١٩)، (علامتان)

ما نوع العلاقة التي ترتبط بين المتغيرين ( $s$ ،  $v$ ) في شكل الإنتشار المجاور؟



(ب) طردية ضعيفة

(أ) طردية قوية

(د) عكسية ضعيفة

(ج) عكسية قوية

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

أي قيم معامل الارتباط الآتية أقوى ؟

(د) ٠,٨

(ج) ٠,٦

(ب) ٠,٢-

(أ) ٠,٩-

الحل: قيمة المعامل الأقوى هو الرقم الأكبر بغض النظر عن الإشارة، فيكون الجواب هو (٠,٩-). (٣ علامات)

(الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص هو (٠,٨)، فإن قيمة معامل الارتباط بين س\*، ص\* حيث: س\* = ١٥ - ٢س، ص\* = ص - ٣ يساوي:

(د) ٠,٨

(ج) ٠,٨-

(ب) ٠,٠٨

(أ) ٠,٠٨-

الحل: إشارة معامل س سالبة x معامل ص موجبة = معامل ارتباط بيرسون الجديد نفسه بعكس الإشارة. (٣ علامات)

## الإحداثار

(شتوية ٢٠٠٨)، (٤ علامات)

توصل باحث تربوي إلى معادلة خط الإحداثار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل في الثانوية العامة (ص)

$$\hat{ص} = ٣س + ٦٥$$

(١) ما قيمة كل من أ، ب؟ (علامتان)

(٢) درست طالبة (٨) ساعات يومياً وحصلت على معدل (٨٦). احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبة ومعتمداً على معادلة خط الإحداثار المعطاه. (علامتان)

الحل:

$$\hat{ص} = ٣س + ٦٥$$

$$\text{علامة } ٣ = \text{أ} \quad \text{علامة } ٦٥ = \text{ب}$$

$$\hat{ص} = ٣س + ٦٥$$

$$\text{علامة } ٨٩ = ٦٥ + ٢٤ = ٦٥ + ٨ \times ٣ =$$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$$\text{علامة } ٣ - = ٨٩ - ٨٦ =$$

(صيفية ٢٠٠٨)، (٦ علامات)

إذا كان س، ص يمثلان متغيرين عدد قيم كل منهما (٥)، وكان:  $\bar{س} = ٥$ ،  $\bar{ص} = ٧٥$ ،  $٣ = \text{أ}$

(١) جد معادلة خط الإحداثار الخطي البسيط للتنبؤ بـ (ص) إذا عُلمت (س). (٤ علامات)

(٢) جد الخطأ في التنبؤ إذا كانت س = ٨، وقيمة (ص) الحقيقية المناظرة لها (٨٢). (علامتان)

الحل:

$$\hat{ص} = \text{أ}س + \text{ب} \quad \text{علامة}$$

$$\bar{ب} = \bar{ص} - \bar{س} \quad \text{علامة}$$

$$\text{علامة } ٦٠ = ١٥ - ٧٥ = ٥ \times ٣ = ٧٥ = \bar{ب}$$

$$\bar{ب} = ٦٠ \quad ٣ = \text{أ}$$

$$\hat{ص} = ٣س + ٦٠ \quad \text{علامة}$$

(٢) القيمة المتنبأ بها عند س = ٨

$$\text{علامة } ٨٤ = ٦٠ + ٨ \times ٣ = \hat{ص}$$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$$\text{علامة } ٢ - = ٨٤ - ٨٢ =$$

## الإحدار

(صيفية ٢٠٠٩)، (علامتان)

لنكن  $\hat{ص} = ١٠ + ٠.٣س$  هي معادلة خط الإحدار للتنبؤ بقيمة (ص) إذا علمت قيم (س). إذا كانت إحدى قيم (س) تساوي (٩٠) وقيمة (ص) الحقيقية المناظرة لها (٣٦) فإن الخطأ في التنبؤ بقيمة (ص) يساوي:

(د) ٣٦

(ج) ٤-

(ب) ١

(أ) ١-

الحل:

$$\hat{ص} = ١٠ + ٩٠ \times ٠.٣$$

$$\hat{ص} = ٣٧ = ١٠ + ٢٧ = ١٠ + ٩٠ \times \frac{٣}{١٠}$$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$$١- = ٣٧ - ٣٦ = \text{علامتان}$$

(صيفية ٢٠٠٩)، (١٠ علامات)

يبين الجدول الآتي علامات (٦) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص). جد معادلة خط الإحدار للتنبؤ بقيمة (ص) إذا علمت قيم (س).

٣	٢	٧	٨	٤	٦	العلوم (س)
٢	٥	٨	١٠	٨	٩	الرياضيات (ص)

الحل:

س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	ص
٦	٥	١	٢	٣	٤	٥	٩
٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	٨
٨	٥	٢	٣	٤	٥	٦	١٠
٧	٥	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	٥	٤	٥	٦	٧	٨	٥
٢	٥	٥	٦	٧	٨	٩	٢
٣	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٧
٤	٥	٧	٨	٩	١٠	١١	٥
٥	٥	٨	٩	١٠	١١	١٢	٣
٦	٥	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١
٧	٥	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	٢
٨	٥	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	٣
٩	٥	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	٤
١٠	٥	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	٥
١١	٥	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	٦
١٢	٥	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٧
١٣	٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٨
١٤	٥	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٩
١٥	٥	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	١٠
١٦	٥	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	١١
١٧	٥	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	١٢
١٨	٥	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	١٣
١٩	٥	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	١٤
٢٠	٥	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	١٥
٢١	٥	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	١٦
٢٢	٥	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	١٧
٢٣	٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	١٨
٢٤	٥	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	١٩
٢٥	٥	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٢٠
٢٦	٥	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٢١
٢٧	٥	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٢٢
٢٨	٥	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٢٣
٢٩	٥	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٢٤
٣٠	٥	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٢٥
٣١	٥	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٢٦
٣٢	٥	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٢٧
٣٣	٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٢٨
٣٤	٥	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٢٩
٣٥	٥	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٣٠
٣٦	٥	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٣١
٣٧	٥	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٣٢
٣٨	٥	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٣٣
٣٩	٥	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٣٤
٤٠	٥	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٣٥
٤١	٥	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٣٦
٤٢	٥	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٣٧
٤٣	٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٣٨
٤٤	٥	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٣٩
٤٥	٥	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٤٠
٤٦	٥	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٤١
٤٧	٥	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٤٢
٤٨	٥	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٤٣
٤٩	٥	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٤٤
٥٠	٥	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٤٥
٥١	٥	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٤٦
٥٢	٥	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٤٧
٥٣	٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٤٨
٥٤	٥	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٤٩
٥٥	٥	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٥٠
٥٦	٥	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٥١
٥٧	٥	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٥٢
٥٨	٥	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٥٣
٥٩	٥	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٥٤
٦٠	٥	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٥٥
٦١	٥	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٥٦
٦٢	٥	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٥٧
٦٣	٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٥٨
٦٤	٥	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٥٩
٦٥	٥	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٦٠
٦٦	٥	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٦١
٦٧	٥	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٦٢
٦٨	٥	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٦٣
٦٩	٥	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٦٤
٧٠	٥	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٦٥
٧١	٥	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٦٦
٧٢	٥	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٦٧
٧٣	٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٦٨
٧٤	٥	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٦٩
٧٥	٥	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٧٠
٧٦	٥	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٧١
٧٧	٥	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٧٢
٧٨	٥	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٧٣
٧٩	٥	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٧٤
٨٠	٥	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٧٥
٨١	٥	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٧٦
٨٢	٥	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٧٧
٨٣	٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠	٧٨
٨٤	٥	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠	٩١	٧٩
٨٥	٥	٨٨	٨٩	٩٠	٩١	٩٢	٨٠
٨٦	٥	٨٩	٩٠	٩١	٩٢	٩٣	٨١
٨٧	٥	٩٠	٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٨٢
٨٨	٥	٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٨٣
٨٩	٥	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٨٤
٩٠	٥	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٨٥
٩١	٥	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٨٦
٩٢	٥	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	٨٧
٩٣	٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠	٨٨
٩٤	٥	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠	١٠١	٨٩
٩٥	٥	٩٨	٩٩	١٠٠	١٠١	١٠٢	٩٠
٩٦	٥	٩٩	١٠٠	١٠١	١٠٢	١٠٣	٩١
٩٧	٥	١٠٠	١٠١	١٠٢	١٠٣	١٠٤	٩٢
٩٨	٥	١٠١	١٠٢	١٠٣	١٠٤	١٠٥	٩٣
٩٩	٥	١٠٢	١٠٣	١٠٤	١٠٥	١٠٦	٩٤
١٠٠	٥	١٠٣	١٠٤	١٠٥	١٠٦	١٠٧	٩٥
١٠١	٥	١٠٤	١٠٥	١٠٦	١٠٧	١٠٨	٩٦
١٠٢	٥	١٠٥	١٠٦	١٠٧	١٠٨	١٠٩	٩٧
١٠٣	٥	١٠٦	١٠٧	١٠٨	١٠٩	١١٠	٩٨
١٠٤	٥	١٠٧	١٠٨	١٠٩	١١٠	١١١	٩٩
١٠٥	٥	١٠٨	١٠٩	١١٠	١١١	١١٢	١٠٠
١٠٦	٥	١٠٩	١١٠	١١١	١١٢	١١٣	١٠١
١٠٧	٥	١١٠	١١١	١١٢	١١٣	١١٤	١٠٢
١٠٨	٥	١١١	١١٢	١١٣	١١٤	١١٥	١٠٣
١٠٩	٥	١١٢	١١٣	١١٤	١١٥	١١٦	١٠٤
١١٠	٥	١١٣	١١٤	١١٥	١١٦	١١٧	١٠٥
١١١	٥	١١٤	١١٥	١١٦	١١٧	١١٨	١٠٦
١١٢	٥	١١٥	١١٦	١١٧	١١٨	١١٩	١٠٧
١١٣	٥	١١٦	١١٧	١١٨	١١٩	١٢٠	١٠٨
١١٤	٥	١١٧	١١٨	١١٩	١٢٠	١٢١	١٠٩
١١٥	٥	١١٨	١١٩	١٢٠	١٢١	١٢٢	١١٠
١١٦	٥	١١٩	١٢٠	١٢١	١٢٢	١٢٣	١١١
١١٧	٥	١٢٠	١٢١	١٢٢	١٢٣	١٢٤	١١٢
١١٨	٥	١٢١	١٢٢	١٢٣	١٢٤	١٢٥	١١٣
١١٩	٥	١٢٢	١٢٣	١٢٤	١٢٥	١٢٦	١١٤
١٢٠	٥	١٢٣	١٢٤	١٢٥	١٢٦	١٢٧	١١٥
١٢١	٥	١٢٤	١٢٥	١٢٦	١٢٧	١٢٨	١١٦
١٢٢	٥	١٢٥	١٢٦	١٢٧	١٢٨	١٢٩	١١٧
١٢٣	٥	١٢٦	١٢٧	١٢٨	١٢٩		



## الإحذار

صيفية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا علمت أن معادلة خط الإحذار للعلاقة بين رأس المال (س) والأرباح السنوية (ص) هي:  $\hat{ص} = ٠.٤س + ١٠$ ، فما قيمة الأرباح بالدينار التي يمكن التنبؤ بها لشركة رأس مالها (١٠٠٠٠) دينار؟

(د) ٤٠٠٠

(ج) ٤١٠

(ب) ٤٠١٠

(أ) ٤٠٠

الحل:

$$\hat{ص} = ٠.٤س + ١٠$$

$$١٠ + ١٠٠٠٠ \times ٠.٤ =$$

$$٤٠١٠ = ١٠ + ٤٠٠٠ =$$

٣ علامة

صيفية ٢٠١٩)، (٩ علامات)

إذا كان  $\bar{س}$ ،  $\bar{ص}$  متغيرين عدد قيم كل منهما (٥)، وكان  $\bar{س} = ٣٠$ ،  $\bar{ص} = ٦١$ ،  $\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2 = ١٠٠٠$ ،

$\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص}) = ٢٠٠٠$ ، فجد معادلة خط الإحذار الخطي للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س).

الحل:  $\hat{ص} = ٢س + ب$  (علامة)

$$ب = \bar{ص} - ٢\bar{س} \quad \text{(علامة)}$$

$$٢ = \frac{\sum (س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص})}{\sum (س_i - \bar{س})^2} = ٢$$

$$ب = ٦١ - ٢ \times ٣٠$$

$$ب = ١ \quad \text{(علامتان)}$$

$$\hat{ص} = ٢س + ١ \quad \text{(علامتان)}$$

الدورة التكميلية ٢٠١٩)، (٣ علامات)

إذا علمت أن معادلة خط الإحذار للعلاقة بين المعدل في الثانوية العامة (س)، والمعدل في الجامعة (ص)، هي:  $\hat{ص} = س - ٥$ ، فما المعدل المتوقع لطالب في الجامعة حصل على معدل (٧٨) في الثانوية العامة؟

(د) ٩٢

(ج) ٨٢

(ب) ٨٣

(أ) ٧٣

الحل:

$$\hat{ص} = س - ٥$$

$$\hat{ص} = ٧٨ - ٥$$

$$\hat{ص} = ٧٣ = ٢ \quad \text{(٣ علامة)}$$









