المادة التعليمية للبرنامج العلاجي
المرحلة التحضيرية
للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات
الصف: العاشر الأساسي

المصدر: المادة التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًا

1

النتاجُ: • أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بيانيًّا.

نشاط 1 أحلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ بيانيًّا

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

أتذكرُ

المعادلةُ: هي جملةٌ تتضمنُ إشارةَ مساواةٍ تدلُ على تساوي المقدارينِ في طرفيها، وقد تتضمن أعدادًا مجهولة تسمى متغيراتٍ مثل: x, y **حلُّ المعادلةِ:** هو قيمةٌ عدديةٌ للمتغيرِ تجعلُ المساواة صحيحةً. **مثال:** (المعادلةُ) $2x+1=5$ فإن (حل المعادلةِ) $x=2$.

أتعلمُ

المعادلةُ التربيعيةُ: هي معادلةٌ غيرُ خطيةٍ يمكنُ كتابتُها على الصورةِ: $ax^2+bx+c=0$، حيث $a\neq0$.

حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ: هو تحديدُ القيمِ التي يقطعُ عندها منحنى الاقترانِ المرتبطِ المحورَ x، وتسمى تلك القيمُ جذورَ المعادلةِ أو أصفارَ الاقتران. **مثالٌ:** (المعادلةُ التربيعيةُ) $x^2-2x-8=0$ فإن (حلَّ المعادلةِ التربيعيةِ) $x=-2, 4$

لحلِّ معادلةٍ تربيعيةٍ يمكنُ استعمالُ إحدى الطريقتين:

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا:

1- أكتب المعادلة بالصورة القياسية $ax^2+bx+c=0$

2- أمثلُ بيانيًّا الاقتران المرتبط $f(x)=ax^2+bx+c$

3- أجدُ القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ جبريًّا:

1- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ.

2- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ.

3- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 - 4x = -3$ بيانيًّا:

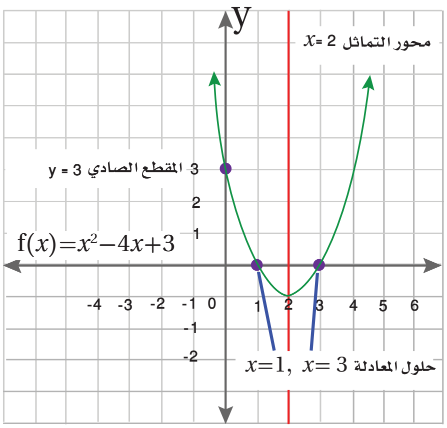
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: $x^2 - 4x + 3 = 0$

أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x:

$x = 1,\ x = 3$

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ هو $x = 1,\ x = 3$



2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x - x^2 = -6$ بيانيًّا:

الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: ....

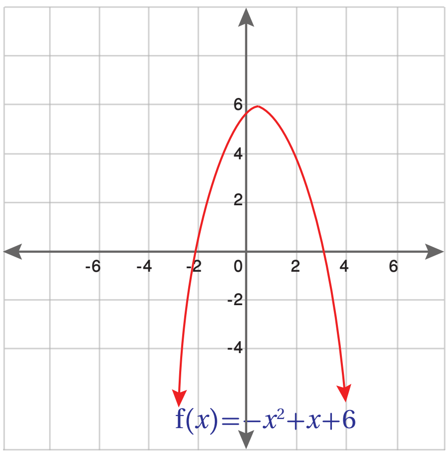
أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x) =$ ....

ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x:

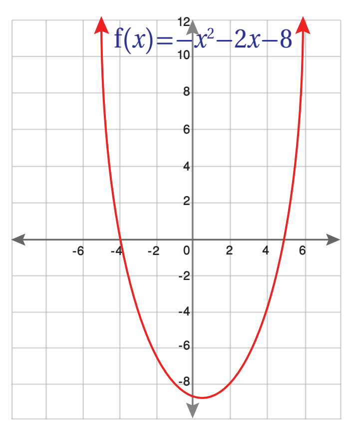
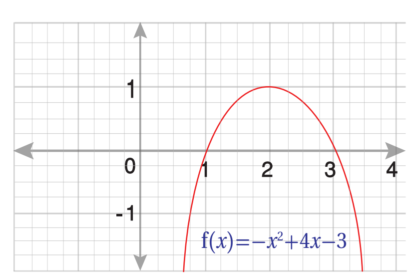
$x=$............, $x=$...........

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ

هو $x=$............, $x=$............

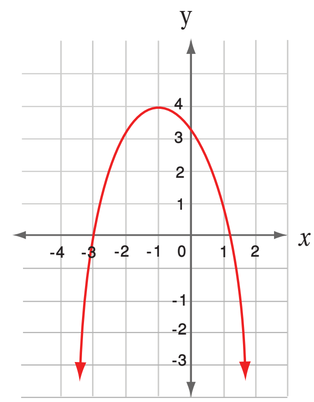
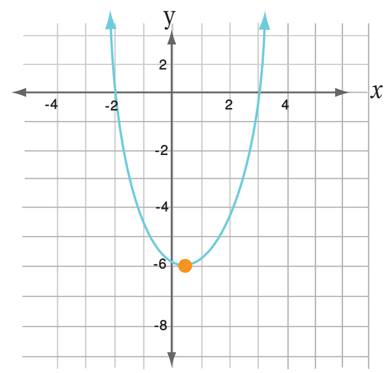
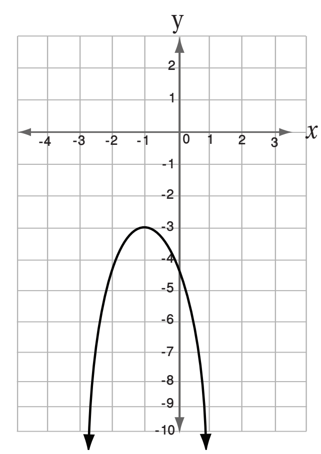
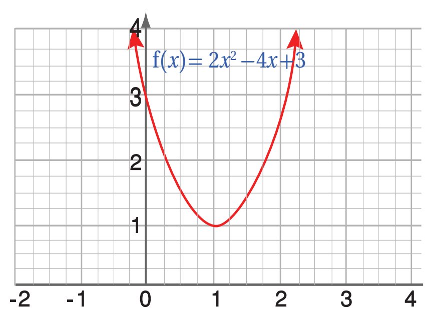
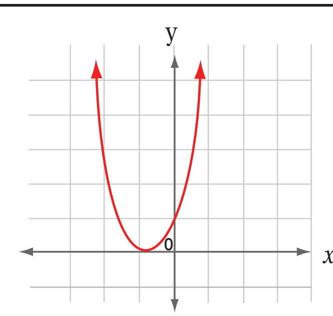
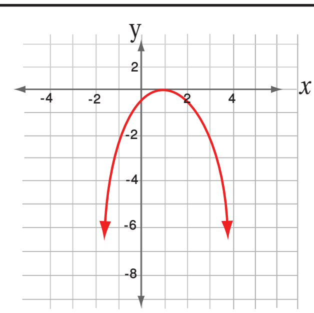


3) أكتبُ حلولَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ بيانيًّا:

تمثيلُ الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ بيانيًّا	حَلُّ المعادلةِ
	$x_1=$................ $x_2=$................
	$x_1=$................ $x_2=$................

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

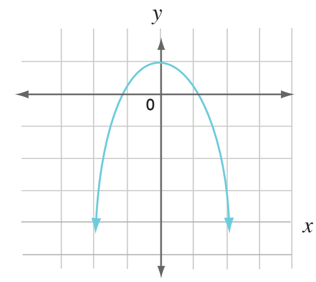
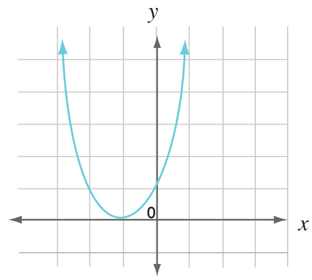
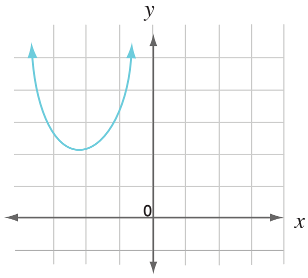
1) أحددُ عددَ قيمِ x التي تمثلُ حلولًا للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ (أصفار الاقترانِ، جذورُ المعادلةِ)، ثم أبررُ إجابتي:

منحنى الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ	حلولُ المعادلةِ
 	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....
 	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....
 	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....

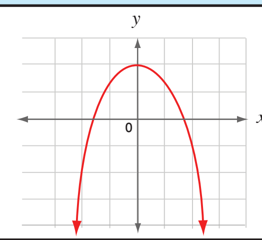
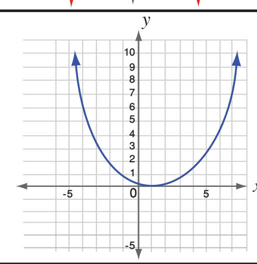
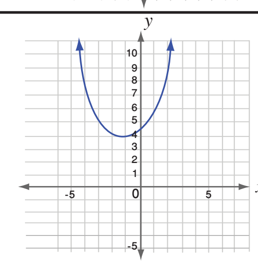
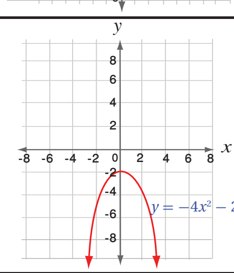
أتعلمُ

يمكنُ أن يكونَ للمعادلةِ التربيعية **حلان حقيقيانِ مختلفانِ**، أو **حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ**، أو ألا **يكونَ لها حلولٌ حقيقيةٌ**.

2) التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ التي لا يوجدُ لها حَلٌّ حقيقيٌّ هو:

3) أصلُ العمودَ الأولَ بما يناسبُه في العمودِ الثاني:

التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ	عددُ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ
	0
	1
	2
	

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أجدُ حلَّ معادلةٍ تربيعيةٍ بيانيًّا ( )		

2

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بالتحليلِ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
2 أوْ أكثرُ	إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	
2	الفرقُ بَيْنَ مربعَين	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
3	مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
	$x^2 + bx + c$	$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m + n = b$ and $mn = c$
4 أوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $6x^2+8x$:

1. أجدَ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: $2x$؛ لأنَّ
$6x^2 = 2\times3\times x\times x,\ 8x = 2\times2\times2\times x$
2. أخرجُ المقدارَ $(2x)$ عاملًا مشتركًا: $2x\ (3x+4)$
3. هل المقدارُ الجبريُّ $6x^2+8x=2x(3x+4)$ تمَّ تحليلُه تحليلًا كاملًا؟ أبررُ إجابتي.

نعمْ؛ لأنَّه تمَّ كتابةُ كلِّ حدٍّ من الحدودِ الجبريةِ للمقدارِ بالصورةِ التحليليةِ.

إذنْ، تمَّ تحليلُ المقدارِ الجبريَّ تحليلًا كاملًا.

أتذكرُ

حينَ لا تساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرُ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ منَ الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارُ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $x^2 - 6x + 8$:

1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: 1

2 أختارُ طريقةَ التحليلِ المناسبةَ: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

$m + n = b$ and $mn = c$

أتذكرُ

إذا كانت c موجبةً، و b سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c، فإنَّ لكلٍّ من n, m إشارةً سالبةً.

بما أنَّ c=......... ، و b=..........، فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

3 أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 8 السالبةَ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما -6:

العاملانِ الصحيحانِ

أزوجُ عواملِ العددِ 8 السالبةُ	$-1, -8$	$-2, -4$
مجموعُ العاملَين	-9	-6

4 أكتبُ القاعدةَ: $x^2 - 6x + 8 = (x + m)(x + n)$

5 أعوضُ $m = -2, n = -4$ $= (..........)(..........)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

2 $2x^2-2x-24$

1 x^2+3x+2

ثانيًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أتعلمُ

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان حاصلُ ضربِ عددينِ حقيقيينِ صفرًا، فإن أحدَهما على الأقلِّ يجبُ أنْ يكونَ صفرًا، **مثالٌ:** $x(x+1)=0$، فإن إما $x=0$، أو $x+1=0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليلِ

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

$4x^2+20x+25=0$

ألاحظُ:

المقدارُ الجبريُّ $4x^2+20x+25$ يتكونُ من 3 حدودٍ؛ أختارُ تحليلَهُ بإحدى الطرائقِ الثلاثةِ: (إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، أو مربعِ كاملٍ ثلاثيٍّ، أو تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c)؛ وبِما أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ الثلاثةِ هو 1؛ فلا يمكنُ استعمالُ الطريقةِ الأولى، وبما أنَّ معاملَ x^2 $(a \neq 1)$، فلا يمكنُ تحليلُهُ باستعمالِ الطريقةِ الثانيةِ؛ لذلك عليَّ أنْ أتحققَ من شروطِ طريقةِ تحليلِ مربعِ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ.

$$4x^2 \quad + \quad 20x \quad + \quad 25$$

(1) الحدُّ الأول مربعٌ كاملٌ

$4x^2 = (2x)^2$

(2) الحدُّ الأوسط يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلِّ مِنَ الحدّينِ: الأولِ، والأخيرِ.

$20x = 2(2x)(5)$

(3) الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ

$25 = 5^2$

إذنْ، أحللُ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ هو: $4x^2+20x+25=(2x+5)^2=(2x+5)(2x+5)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وبما أنَّ العاملينِ متساويان فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بينَ القوسينِ):

$$4x^2+20x+25 = 0$$
$$(2x+5)^2 = 0$$
$$2x+5 = 0$$
$$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

إذنْ، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويان (حَلٌّ واحدٌ) هو، $\{-2\frac{1}{2}\}$

أتعلمُ

لحلِّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخطوةُ (2): أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ.

الخطوةُ (3): أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةِ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ.

الخطوةُ (4): حلولُ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ.

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 = 12x - 36$

1 أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ:

....

2 أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

- أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: ....
- هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2(x)(6)$؟ ....
- هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ باستعمالِ طريقةِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ؟ ......
- أحللُ المقدارَ الجبريَّ: $x^2-12x+36=(x-6)^2=(x-6)(x-6)$

(وبما أن العاملينِ متساويان أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

....

....

إذن، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويانِ (حَلٌّ واحدٌ) هو، ....

3) أحُلُّ المعادلتينِ التربيعيتينِ الآتيتينِ:

1 $9x^2-42x+49=0$

1 $x^2+6x+9=0$

أقيِّمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخل (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ ( )	• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ جبريًّا ( )	

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (2)

3

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ بتجميعِ الحدودِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
4 أوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

1) أحلِّلُ المقدارَ الجبريَّ $x - 2x^2 - 18x + 9$ تحليلًا كاملًا

أجمِّع الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ $\quad x - 2x^2 - 18x + 9 = (x - 2x^2)+(-18x + 9)$

أحلِّلُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $\quad = x(1-2x) + 9(-2x+1)$

أخرجُ $(1-2x)$ عاملًا مشتركًا $\quad = (1-2x)(x+9)$

2) أحلِّلُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2 - 12x + 42 - 7x$ تحليلًا كاملًا:

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ $\quad 2x^2-12x+42-7x = (............) + (............)$

أحلِّلُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $\quad = 2x\,(.........) -7\,(........)$

أخرجُ $(2x-7)$ عاملًا مشتركًا $\quad = (............)\,(............)$

3) أحلِّلُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1. $x^2+5x-x-5$
2. $3x^2+15x-4x-20$

ثانيًا: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ ax^2+bx+c

أتذكرُ:

طرائقَ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ		طريقةُ التحليلِ
3	x^2+bx+c	$x^2+bx+c = (x+m)(x+m)$ $m+n=b$ and $mn=c$

أتذكرُ:

طرائقُ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

لتحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ ax^2+bx+c، أَجِدُ عددَيْنِ صحيحَيْنِ m و n حاصلُ ضربِهِما يُساوي (ac)، ومجموعُهُما يُساوي b، ثمَّ أكتبُ ax^2+bx+c على الصورةِ $ax^2+mx+nx+c$، ثمَّ أُحَلِّلُ بتجميعِ الحدودِ.

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2+5x+3$ تحليلًا كاملًا:

بما أنَّ $c=3$، و $b=5$، و $a=2$، فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعهُما 5، وحاصلُ ضربِهما 6،

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 6 الموجبةَ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 5:

أزوجُ عواملِ العددِ 6 الموجبةُ	1, 6	2 , 3
مجموعُ العاملَينِ	7	5

العاملانِ الصحيحانِ: 2 , 3

$2x^2+5x+3 = 2x^2+mx+nx+3$ — أكتبُ القاعدةَ

$= 2x^2+2x+3x+3$ — أعوضُ $m=2, n=3$

$= (2x^2+2x)+(3x+3)$ — أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

$= 2x(x+1)+3(x+1)$ — أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$= (x+1)(2x+3)$ — أخرجُ $(x+1)$ عاملًا مشتركًا

ألاحظ

إذا كانت إشارةُ $a.c$ موجبةً في ثلاثيِّ الحــدود $ax^2 + bx + c$، فإن لكلٍّ من m و n الإشارةَ نفسَها، ويعتمدُ تحديدُ إشارتيْ m و n' (موجبةً/سالبةً) على إشارة b، فإذا كانت b موجبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما موجبةٌ، وإذا كانت إشارةُ b سالبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما سالبةٌ.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $6x^2 - x - 12$ تحليلًا كاملًا:

بما أن c=............، و b=..........، و a=.................. فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

ألاحظُ

إذا كانـت $a.c$ سالبةً في ثلاث الحدود $ax^2 + bx + c$، فإنَّ لـ m و n إشارتين مختلفتين.

أنشـئُ جـدولًا، وأنظـمُ فيـه عوامـلَ العـددِ 72 مختلفـةَ الإشـارةِ (إشـارةُ الأكبـرِ سـالبةٌ)، وأحـددُ العامليـنِ اللذيـنِ مجموعُهمـا 1-

أزواجُ عواملِ العددِ 72 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملين
-72 ,1	-71
-36,2	-34
-24 ,3	-21
-18 ,4	-14
-12 ,6	-6
العاملانِ الصحيحانِ 8, -9	-1

أكتبُ القاعدةَ — $6x^2-x-12 =$ ....

أعوضُ $m = 8, n = -9$ — = ...

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ — = (............)+(............)

أحللُ كلَّ تجميع بإخراج العاملِ المشتركِ الأكبرِ — =........(.........)-3(..........)

أخرجُ $(3x+4)$ عاملًا مشتركًا — = (..............)(...........)

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1) $6x^2+22x-8$

2) $12x^2-x-20$

ثالثًا: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعية $2x^2 = 13x + 7$

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $2x^2-13x-7=0$

أحلّلُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

ألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ ax^2+bx+c

بما أن $c = -7$، و $b = -13$، و $a = 2$ فإنَّ $ac = -14$ (إشارةُ ac سالبةٌ، وإشارةُ b سالبةٌ)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ مختلفي الإشارةِ مجموعُهما -13 وحاصلُ ضربِهما -14

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ -14 مختلفةَ الإشارةِ (إشارةُ الأكبرِ سالبةٌ)، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما -1

أزواجُ عواملِ العددِ 14 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
العاملانِ الصحيحانِ 1, -14	-13
2,-7	-5

أكتبُ القاعدةَ: $2x^2-13x-7 = 2x^2+mx+nx-7$

أعوضُ $m=-14,\ n=1$: $= 2x^2-14x+1x-7$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ: $= (2x^2-14x)+(x-7)$

أحلّلُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $= 2x(x-7)+ (x-7)$

أخرجُ $(x-7)$ عاملًا مشتركًا: $= (x-7)(2x+1)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ:

$x - 7 = 0,\ 2x+1= 0$

$x = 7,\ x = \frac{-1}{2}$

إذن، للمعادلةِ جذرانِ هما: $x =7,\ x = \frac{-1}{2}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعية $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $3x^2+13x+12=0$
- أحلّلُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:
- ألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ ax^2+bx+c

بما أنَّ c=....... ، و b=....... ، و a=....... ، فإن ac=........ (إشارةُ ac ....، وإشارةُ b ....)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عوامل العدد 36 موجبةَ الإشارةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 13

مجموعُ العاملينِ	أزواجُ عواملِ العددِ 36 موجبةُ الإشارةِ
37	1, 36
20	2, 18
15	3, 12
13	العاملانِ الصحيحانِ 4, 9
12	6, 6

أكتبُ القاعدةَ $3x^2 + 13x\ 12+ = ...$

أعوضُ $m = 9, n = 4$ $=.....................$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ $= (..........)+(........)$

أحللُ كُلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $=3x(.......)+4(......)$

أخرجُ $(x+3)$ عاملًا مشتركًا $=(........)(........)$

- أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ: $..........=0,\ ....=0$

$x = ..., x = ...$

إذنْ للمعادلةِ جذرانِ هما: $x =................, x =.........$

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1 $2x^2=x+6$

2 $14x^2+5=17x$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخل (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ بتجميعِ الحدودِ ( )	• أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ ax^2+bx+c ( )	• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$ ( )

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

5

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أتعلم

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانونِ العامِّ على النَّحوِ الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيثُ $a \neq 0$ و $b^2 - 4ac \geq 0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $5x^2 - 2x - 4 = 0$ باستعمالِ القانونِ العامِّ

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركَ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ

$$5x^2-2x-4=0$$

أكتبُ القانونَ العامَّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

- أعوضُ $a = 5, b = -2, c = -4$ في القانونِ العامِّ

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4(5)(4)}}{10}$$

- بالتبسيطِ

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{84}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

إذنْ، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: $\frac{1+\sqrt{21}}{5}$ ، $\frac{1-\sqrt{21}}{5}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $3x^2 + 3 = 7x$ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركَ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: ....=0

أكتبُ القانونَ العامَّ $x =$

- أعوضُ a=.......... , b=........., c=...... في القانونِ العامِّ: $x =$

- بالتبسيطِ $x =$

إذن، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: ....، ....

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1. $2x^2=3x-2$
2. $x^2+6x+2=0$

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ

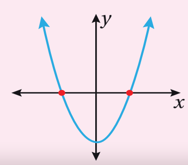
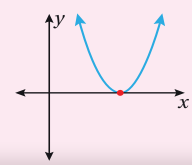
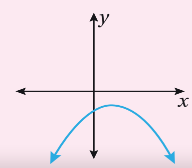
1) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $5x^2 - 2x - 3 = 0$ باستعمالِ المميزِ

أكتبُ صيغةَ المميزِ $\Delta = b^2 - 4ac$

أعوضُ $a=5,\ b=-2,\ c=-3$ في صيغةِ المميزِ $\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-3)$

أتعلمُ

مُمَيِّزُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هُوَ $\Delta = b^2 - 4ac$، ويمكنُ استعمالُهُ لتحديدِ عددِ حلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ كما يأتي:

إشارةُ المُمَيِّزِ Δ	$\Delta > 0$ موجبٌ	$\Delta = 0$ صفرٌ	$\Delta < 0$ سالبٌ
عددُ الحُلولِ	حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ	حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ	لا توجدُ حُلولٌ حقيقيَّةٌ
مثالٌ بيانيٌّ			

بالتبسيطِ $\Delta = 4 + 60 = 64$

بما أن Δ موجبٌ، إذن للمعادلةِ حلانِ حقيقيانِ مختلفانِ

2) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $x^2-2x+3=0$ باستعمالِ المميزِ:

أكتبُ صيغةَ المميزِ $\Delta=$.........................

أعوضُ $a=$........., $b=$........, $c=$......... في صيغةِ المميزِ: $\Delta=$...........................

بالتبسيطِ $\Delta=$...........................

بما أنَّ Δ ....، إذن ....

3) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ:

1. $x^2=7x-1$
2. $9x^2+6x+1=0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ باستعمالِ القانونِ العامِّ ( )	• أحددُ عددَ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ ( )	

5 الأسسُ النسبيةُ والجذورُ

النتاجاتُ: • أربطُ بينَ الأسسِ النسبيةِ والجذورِ، وأُحوِّلُ بينَها.

نشاطُ 1 الربطُ بينَ الأسسِ النسبيةِ، والجذورِ، والتحويلُ بينَها

أتذكرُ
دليلُ الجذرِ 2 وهوَ يدلُّ على الجذرِ التربيعيِّ ولا يُكتَبُ

أتذكرُ

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[a]{x^{b}}$$

دليلُ الجذرِ، الأسُّ، الأساسُ

1) أكتبُ العباراتِ الآتيةَ على الصورةِ الجذريةِ:

1 $5^{\frac{1}{2}}$ $= \sqrt{5}$	2 $64^{\frac{1}{2}}$
3 $(-3)^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{(-3)^2}$	4 $b^{\frac{-1}{3}}$ $= \sqrt[\square]{\square^{\square}}$

2) أكتبُ العباراتِ الآتيةَ على الصورةِ الأسيةِ:

1 $\sqrt[3]{a^4}$ $a^{\frac{\boxed{4}}{\boxed{3}}}$	2 $\sqrt{x}$ $= x^{\frac{1}{\square}}$
3 $\sqrt[3]{(y)^2}$ $= y^{\frac{\square}{\square}}$	4 $\sqrt[3]{x^6}$ $= x^{\frac{\square}{\square}} = x^{\square}$

ضربُ الأسسِ النسبيةِ وقسمتُها

6

النتاجاتُ: • أستعملُ ضربَ الأسسِ النسبيةِ، وقسمتها في إيجادِ قيمِ مقاديرَ تحتوي على أسسٍ نسبيةٍ وتبسيطِها.

نشاطُ 1 قوانينُ الأسسِ

قاعدةُ (1) ضربُ القوى $a^m \times a^n = a^{m+n}$

أستخدمُ القاعدة 3×3^4 $=3^{(1+4)}$ $=3^5$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$	3×3^4 $= 3\times\overbrace{\underbrace{3\times3\times3\times3}_{\text{5 مرات}}}^{\text{4 مرات}}$ $=3^5$

3 $f^5 \times f^2 \times f^3$ $=(\quad)^{(\ )+(\ )+(\ )}$	2 $(-2)^3\times(-2)^4$ $=(\quad)^{(\ )+(\ )}$	1 $a^3\times a^5$ $=a^{(\ )+(\ )}$ $=a^{(\ )}$

قاعدةُ (2) قسمةُ القوى $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},\ a \neq 0$

أستخدمُ القاعدة $\frac{3^4}{3}$ $=3^{(4-1)}$ $=3^3$	$\frac{3^4}{3}$ $=\frac{3\times3\times3\times\cancel{3}}{\cancel{3}}=3\times3\times3$ $=3^3$

3 $\frac{a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{4}{5}}}$	2 $\frac{a^7}{a^6}$	1 $3^8 \div 3^4$ $=\frac{y^3}{y^3}$ $=$........

قاعدةُ (3) قوةُ القوة $(a^m)^n = a^{m\times n}$

أستخدمُ القاعدة $(3^2)^3$ $= 3^{2\times 3}$ $= 3^6$	$\boxed{(3^2)}^3 \longrightarrow$ الأساسُ $= \boxed{3^2} \times \boxed{3^2} \times \boxed{3^2}$ حسبَ تعريفِ الأسِّ $= 3^{(2+2+2)} \longrightarrow 3^6$ قانونُ ضربِ القوى

3 $(x^2)^5$	2 $(3^{-1})^{-2}$	1 $(2^3)^5$

قاعدةُ (4) قوةُ ناتجِ الضربِ $(ab)^n = a^n b^n$

أستخدمُ القاعدة $(2\times 3)^5$ $= (2\times 3)^5$ $= 2^5 \times 3^5$	$\boxed{(2\times 3)}^5 \longrightarrow$ الأساسُ $= \boxed{(2\times 3)} \times \boxed{(2\times 3)} \times \boxed{(2\times 3)} \times \boxed{(2\times 3)} \times \boxed{(2\times 3)}$ تعريفِ الأسِّ $= (2\times 2\times 2\times 2\times 2) \times (3\times 3\times 3\times 3\times 3)$ $= 2^5 \times 3^5$

3 $(a^4 b^2)^3$	2 $(xy^2)^3$	1 $(3\times 4)^3$

قاعدةُ (5) قوةُ ناتجِ القسمةِ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} , b \neq 0$

3 $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{4}}$	2 $\left(\frac{27}{8}\right)^3$	1 $\left(\frac{5}{4}\right)^3$

قاعدةُ (6) الأسُّ الصفريُّ $a^0 = 1 , a \neq 0$

أيُّ عددٍ مرفوعٍ للقوة صفرٍ يكونُ ناتجُهُ 1 2 $7^0 = 1$ $x^0 = ...$	1 $\frac{y^3}{y^3}$

قاعدةُ (7) الأسسُ السالبةُ $a^{-n} = \frac{1}{a^n} , a \neq 0$

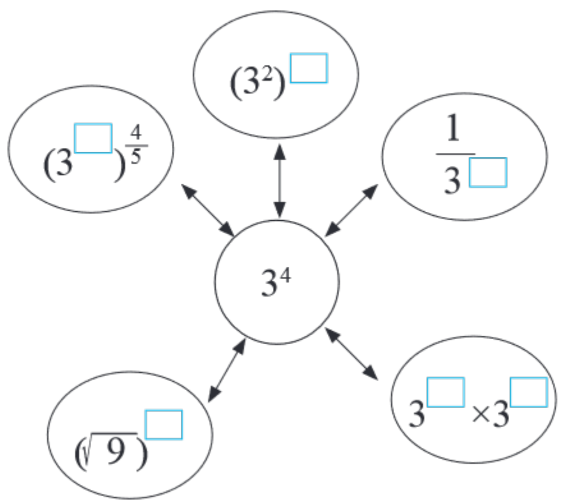
3 $(-27)^{\frac{-4}{3}}$	2 $(32)^{-0.4}$	1 $(64)^{-0.5}$

نشاطُ 2 تبسيطُ المقاديرِ باستخدامِ قوانينِ الأسسِ

1) أحددُ ✓ للمقدارِ المكافئِ للعددِ 2^{-5}

☐ $\frac{1}{32}$	☐ $\frac{2^6}{2^5}$	☐ -10	☐ $2^2 \times 2^3$
☐ $2^{-2} \times 2^{-3}$	☐ $\frac{2^3}{2^8}$	☐ $\frac{1}{2^5}$	☐ 32

2) أكملُ الشكلَ بالعددِ المناسبِ في المربعاتِ الفارغةِ:



3) أُبسِّطُ المقاديرَ الآتيةَ:

1 $(36)^{\frac{1}{2}}$	2 $(3)^{\frac{1}{4}} \times (27)^{\frac{1}{4}}$	3 $(x^{-1})^{\frac{2}{3}}$
4 $(-32y^{15})^{\frac{1}{5}}$	5 $(-27x^{-9})^{\frac{1}{3}}$	6 $(x)^{\frac{2}{7}} \times (x)^{\frac{3}{14}}$

أضعُ ✓ أسفلَ الصورةِ التي تمثّلُ تعلُّمي		
🙂	😐	☹

المسافةُ في المستوى الإحداثيِّ

1

النتاجُ: • أجدُ المسافةَ بين نقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ.
• أجدُ نقطةَ منتصفِ قطعةٍ مستقيمةٍ في المستوى الإحداثيِّ.

نشاط 1 المسافةُ بين نقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ

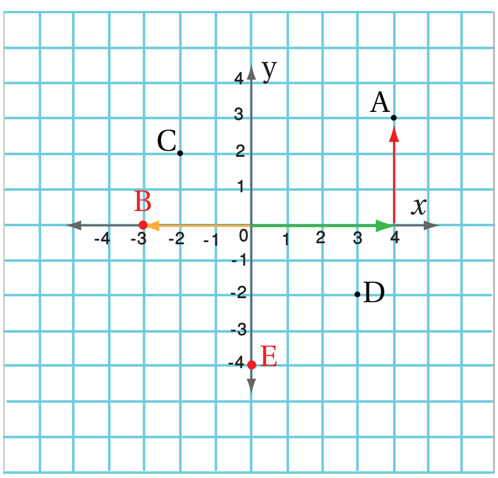
أولًا: تمثيلُ النقاطِ على المستوى الإحداثيِّ

أتذكرُ

كلُّ نقطةٍ في المستوى الإحداثيِّ يتمُّ تحديدُها بزوجٍ مرتبٍ.

$(x\ ,\ y)$

الإحداثيُّ x | الإحداثيُّ y



1) أمثلُ الأزواجَ المرتبةَ على المستوى الإحداثيِّ المجاورِ

- **A (4,3)**

أبدأ من نقطةِ الأصلِ، وأتجه إلى العددِ 4 على محورِ x الموجبِ، ثمَّ أتجهُ ثلاثَ وحداتٍ 3 إلى الأعلى لأصلَ إلى النقطةِ A

- **B (−3, 0)**

أبدأ من نقطةِ الأصلِ، وأتجه إلى العددِ 3 على محورِ x السالبِ، ولا أصعدُ إلى الأعلى أو أنزلُ إلى الأسفل، لأنَّ الإحداثيَّ y يساوي 0

- **F (−1, −2): ....**

2) أجدُ احداثياتِ كلٍّ من النقاطِ الآتيةِ الممثلةِ على المستوى الإحداثيِّ المجاورِ :

1. النقطةُ C : تقابلُ العددَ −2 على المحورِ x وتقابلُ العددَ 2 على المحورِ y، إذنْ الزوجُ المرتَّب الذي يحدُد موقعَ النقطةِ هو (−2 , 2)
2. النقطةُ D: هي (3,.......)
3. النقطةُ E: هي (.....,....)

ثانياً: المسافةُ بينَ نقطتينِ على خَطِّ الأَعدادِ

- يستعملُ الرمزُ $\overline{AB}$ ليدلَّ على القطعةِ المستقيمةِ التي نقطةُ بدايتِها A ونهايتِها B، ويرمز إلى طولِها بالرمز AB
- القيمةُ المطلقةُ للعددِ هي المسافةُ بين العددِ والصفرِ على خطِّ الاعدادِ، ويرمزُ إليها بالرمزِ $|\ \ |$

تمثلُ المسافةُ بينَ 2 و 0 القيمةَ المطلقةَ للعددِ 2

1 $DE = |2| = 2$

تمثلُ المسافةُ بينَ -5 و 0 القيمةَ المطلقةَ للعددِ -5

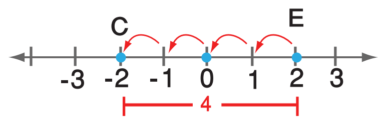
2 $BD = |-5| = 5$

تمثلُ المسافةُ بينَ -8 و 0 القيمةَ المطلقةَ للعددِ -8

3 $AD = |......| =$

تمثلُ المسافةُ بينَ -2 و 2 عددَ القفزاتِ منْ C الى E

4 CE



وأيضاً تمثلُ القيمةُ المطلقة للفرقِ بينَ 2 و -2

$CE = |2-(-2)| = 4$

تمثلُ المسافةُ بينَ -2 و -5 على خط الأعداد

5 $CB = |-2-(-5)| = 3$

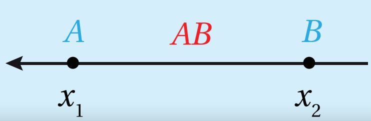
تمثلُ المسافةُ بينَ 2 و -8 على خط الأعداد

6 EA: ....

ألاحظُ

لإيجاد المسافةَ بين نقطتينِ على خَطِّ الأعدادِ أَجدُ القيمةَ المطلقةَ للفرقِ بينَ إحداثياتهما

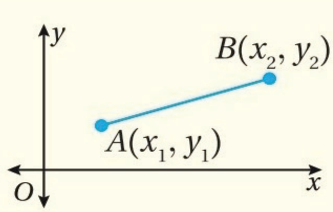
$AB = |x_1 - x_2|$ or $AB = |x_2 - x_1|$



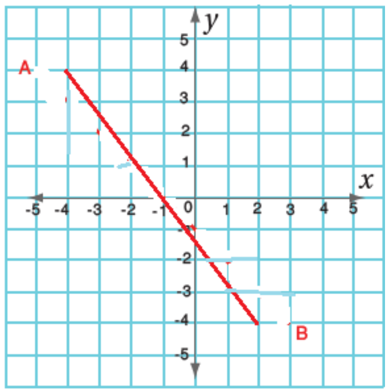
ثالثا: المسافةُ بين نقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ .

المسافةُ بينَ النقطتَيْنِ $A(x_1, y_1)$ وَ $B(x_2, y_2)$، هِيَ:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



1) أجدُ AB في الشكلِ المجاورِ



أجدُ إحداثياتِ كلٍّ منْ A و B

$A=(-4, 4), B=(2, -4)$

أكتبُ صيغةُ المسافةِ بين نقطتين

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

عرضُ إحداثياتِ النقاطِ

$A:(x_1, y_1)\ \ (-4, 4)$

$B:(x_2, y_2)\ \ (2, -4)$

$$AB = \sqrt{\left(2-(-4)\right)^2 + (-4-4)^2}$$

أجدُ مربعَ كلِّ عددٍ، ثمَّ أجمعُ

$$AB = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2}$$

أبسطُ

$$AB = \sqrt{100} = 10$$

2) أجدُ CD ، حيثُ $(-2, 0)$ و $D(-1, -1)$.

أكتبُ صيغةَ المسافةِ بينَ نقطتين

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

أعوضُ إحداثياتِ

النقاطِ حيث $(\dots, \dots)\ A:(x_1, y_1)\ \ (\dots, \dots)\ B:(x_2, y_2)$

$$CD = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

أجدُ مربعَ كلِّ عددٍ، ثمَّ أجمعُ

أبسطُ

3) أجدُ CD ، حيثُ $(-2, 0)$ و $D(-1, -1)$.

3 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ

النتاجات: • أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.
• أمثّلُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ بيانيًّا.

نشاطُ 1 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ

$y = mx + b$

الميلُ ← m ، المقطعُ y ← b

تعلمْتُ سابقًا كتابةَ معادلةِ المستقيمِ بالصيغةِ القياسيةِ،

الآن سوف أتعرَّفُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

والآنَ أحددُ الميلَ (m) والمقطعَ y (b)

3 $y = 6x + 2$ $m =$…….. $b=$……..	2 $y= -2x + 7$ $m =$…….. $b=7$	1 $y = 4x - 3$ $m = 4$ $b= -3$

نشاطُ 2 كتابةُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ

المعطياتُ المتوافرةُ لكتابةِ معادلةِ المستقيمِ

- إذا عُلِمَ m و b ← أُعوّضُ مباشرةً m و b في المعادلةِ $y = mx + b$
- إذا عُلِمَ m ونقطةٌ يمرُّ بها المستقيمُ ← 1) أُعوّضُ m، وإحداثياتِ نقطةٍ في صيغةِ المعادلةِ. 2) أحلُّ المعادلةَ لأجدَ قيمةَ b
- إذا عُلمَتْ نقطتان يمرُّ بهما المستقيمُ ← أجدُ المستقيمَ المارَّ بالنقطتَيْنِ

1) أكتبُ معادلة المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ إذا عُلِمَ m و b

2 $m = 5 , b = 4$ صيغةُ الميلِ والمقطعِ .... أعوّضُ $y = 5x + ...$	1 $m = 2 , b = 3$ صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y = mx + b$ أعوّضُ $y = 2x + 3$
4 $m = \frac{1}{2}$ ، $b = -8$	3 $m = \frac{2}{3}$ ، $b = -3$ صيغةُ الميلِ والمقطعِ. $y = mx + b$ أعوّضُ $\frac{1}{4}$ $y = \frac{2}{3}x + (-3)$ أُبسّطُ $y = \frac{2}{3}x - 3$

2) أكتبُ معادلة المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ إذا عُلِمَ m ونقطةٌ يمرُّ بها المستقيمُ

2 المارُّ بالنقطةِ (-1,0) وميلهُ $\frac{1}{2}$ أجدُ قيمةَ b في صيغةِ الميلِ والمقطعِ $y = mx + b$ أعوّضُ (-1,0) و $m = \frac{1}{2}$ أُبسّطُ .... في صيغةِ الميلِ والمقطعِ $y = mx + b$ أعوّضُ b و m $y = ...$ أُبسّطُ	1 المارُّ بالنقطةِ (2,6) وميلهُ 4 أجدُ قيمةَ b في صيغةِ الميلِ و المقطعِ $y = mx + b$ أعوّضُ (2,6) و m=4 $6 = 4(2) + b$ أُبسّطُ $6 = 8 + b$ أطرحُ منْ كلا الطرفينِ 8 $-8 \quad -8$ أُبسّطُ $-2 = b$ في صيغةِ الميلِ والمقطعِ $y = mx + b$ أعوّضُ b و m $y = 4x + (-2)$ أُبسّطُ $y = 4x - 2$

3) أكتبُ معادلة المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ إذا عُلمَتْ نقطتان يمرُّ بِهِما المستقيمُ

1 (4,7) ,(2,3)

أجدُ m منْ صيغةِ الميلِ

$$\begin{array}{c}(2\ ,\ 3\ )\\(4\ ,\ 7)\\\hline -\ ,\ -2\end{array}$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

أعوّضُ وأُبسِّطُ $m=\frac{-4}{-2}=2$

أجدُ b أعوِّضُ m وإحدى النقطتيْنِ، ولتكنْ (3,2)

صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y=mx+b$

أعوِّضُ $3=2(2)+b$

أبسِّطُ $3=4+b$

أطرحُ 4 منْ كلا الطرفيْنِ $3-4=4-4+b$

أبسِّطُ $-1=b$

أعوِّضُ m=2 و b=-1

صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y=mx+b$

أعوِّضُ $y=2x+(-1)$

أبسِّطُ $y=2x-1$

2 (3,1) ,(5,-2)

أجدُ m منْ صيغةِ الميلِ

$$\begin{array}{c}(5\ ,\ -2)\\(3\ ,\ \ 1)\\\hline (\ldots,\ \ldots)\end{array}$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

أعوِّضُ وأُبسِّطُ $m=\frac{\boxed{}}{\boxed{}}=\ldots.$

أجد b أعوِّضُ m وإحدى النقطتيْنِ، ولتكنْ (.. , ..)

صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y=mx+b$

أعوِّضُ ....

أبسِّطُ ....

أحلُّ المعادلةَ أجدُ b

أعوِّضُ m=.... و b=…

صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y=mx+b$

أعوِّضُ $y=\ldots.\,x+\ldots..$

أبسِّطُ y=………………

 نشاطُ 3 الانسحابُ في المستوى الإحداثيِّ

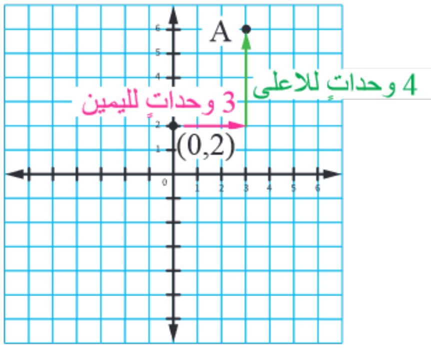
الانسحابُ في المستوى الإحداثيِّ للزوجِ المرتبِ (x,y)

- أفقيٌّ
  - إلى اليمينِ (أجمعُ)
  - إلى اليسارِ (أطرحُ)
- رأسيٌّ
  - إلى الأعلى (أجمعُ)
  - إلى الأسفلِ (أطرحُ)

1) أجدُ إحداثياتِ النقطةِ (0,2) التي أُجريَ عليْها انسحابٌ:

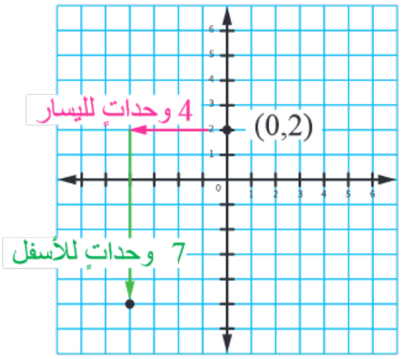
1 3 وحداتٍ إلى اليمينِ، و4 وحداتٍ إلى الأعلى

A (3 , 6)



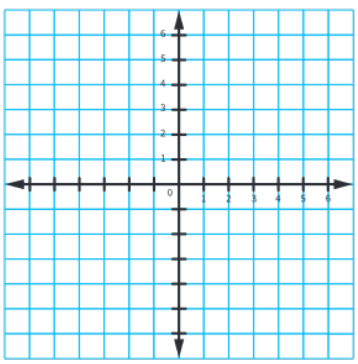
2 4 وحداتٍ إلى اليسارِ، و7 وحداتٍ إلى الأسفلِ

B(-4 , -5)



3 3 وحداتٍ إلى اليمينِ، وحدتانِ إلى الأسفلِ.

C (……., …….)



نشاطُ 3 تمثيلُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ بيانيًا

أتذكرُ

- عندَ المقطعِ y تكونُ $x=0$ وتقعُ النقطةُ (0,y) على محورِ y
- أقلُّ عددٍ ممكنٍ منَ النقاطِ لرسمِ مستقيمٍ هوَ نقطتانِ يمرُّ بهِما.

أمثِّلُ المعادلاتِ الآتيةَ بيانيًا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y

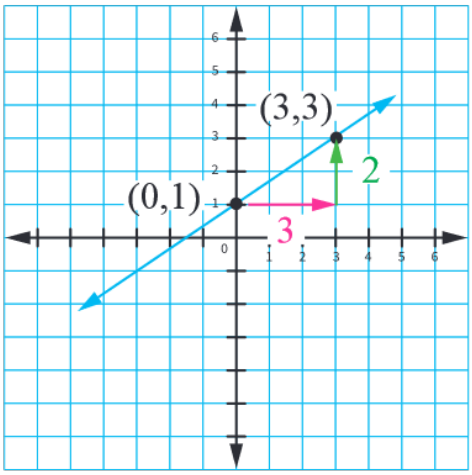
1) أحددُ المقطعَ y وأعيِّنُ النقطةَ (0,b).

2) أجدُ m لأحددَ نقطةً بالإزاحةِ الأفقيةِ والرأسيةِ وأبدأُ منْ (0 , b).

3) أصلُ بينَ النقطتينِ بخطٍّ مستقيمٍ.

1 $y = \frac{2}{3}x + 1$

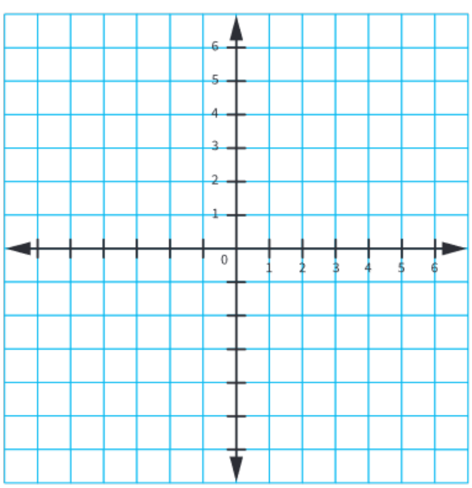
الإزاحةُ الرأسيةُ	الإزاحةُ الأفقيةُ	الميلُ m	المقطعُ y	معادلةُ المستقيمِ
وحدتانِ إلى الأعلى	3 وحداتٍ إلى اليمينِ	$m = \frac{2}{3}$	$b = 1$ $(0, 1)$	$y = \frac{2}{3}x + 1$



أبدأُ أولًا بالإزاحةِ الأفقيةِ، ومنْ ثمَّ بالإزاحةِ الرأسيةِ

2 $y = 2x - 3$

الإزاحةُ الرأسيةُ	الإزاحةُ الأفقيةُ	الميلُ m	المقطعُ y	معادلةُ المستقيمِ
....	....	m	b (..... ,.....)	$y = 2x - 3$



أتذكرُ

يمكنُ كتابةُ العددِ 2 على صورةِ $\frac{2}{1}$

نشاطُ 4 كتابةُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ الممثلةِ بيانيًّا

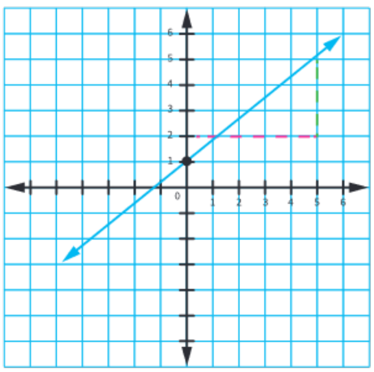
1) أجدُ المقطعَ y (b) منْ نقطةِ تقاطعِ المستقيمِ معَ محورِ y

2) أجدُ الميلَ (m) أختارُ أيَّ نقطتيْن على المستقيمِ، وأجدُ التغيرَ الرأسيَّ والأفقيَّ بينَهُما

3) أعوِّضُ الميلَ m والمقطعَ y في معادلةِ المستقيمِ $y = mx + b$

1) أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الممثَّلةَ بيانيًّا بصيغةِ الميلِ والمقطعِ

1



خطوةُ (1) أجدُ المقطعَ y وهو $b = 1$

خطوةُ (2) أختارُ أيَّ نقطتيْن تقعانِ على المستقيمِ مثلَ: (1,2),(5,5)

التغيرُ الرأسيُّ (عددُ الخطواتِ الرأسيةِ) = 3

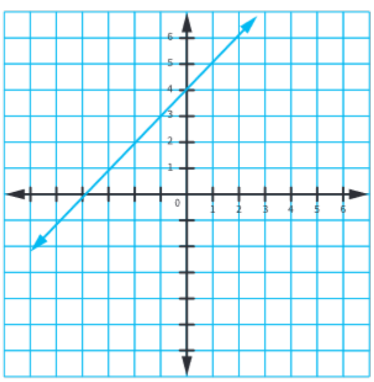
التغيرُ الأفقيُّ (عددُ الخطواتِ الأفقيةِ) = 4

$$\text{الميلُ } m = \frac{\text{التغيرَ الرأسيَّ}}{\text{التغيرِ الأفقيِّ}} = \frac{3}{4}$$

خطوة (3) أعوّضُ $y = mx + b$

$$y = \frac{3}{4}x + 1$$

2



خطوةُ (1) أجدُ المقطعَ y وهوَ............ = b

خطوةُ (2) أختارُ أيَّ نقطتيْنِ على الخطِّ المستقيمِ ....

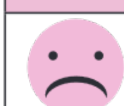
التغيرُ الرأسيُّ (عددُ الخطواتِ الرأسيةِ) = ...

التغيرُ الأفقيُّ (عددُ الخطواتِ الأفقيةِ) = ...

الميلُ m = ...

خطوة (3) أعوّضُ $y = mx + b$

....

أضعُ ✓ أسفلَ الصورةِ التي تمثّلُ تعلّمي		
		

معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

4

النتاجاتُ: • أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغة الميلِ ونقطةٍ، وأمثِّلُها بيانيًّا.

نشاطُ 1 كتابةُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

تعلَّمتُ في الدرسِ السابقِ كتابةَ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطَعِ؛ حيثُ إنَّ المقطع y يقعُ على محورِ.........، والآنَ ماذا لوْ كانَتِ النقطةُ (x , y) لا تقعُ على أحدِ المحوريْنِ؟

> معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m (x - x_1)$
> حيثُ m: الميلُ
> (x_1, y_1) : نقطةٌ يمرُّ بِها المستقيمُ

أولاً: كتابةُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ؛ إذا عُلمِتَ (ميلُهُ ونقطةٌ معطاةٌ)

أجدُ معادلةَ المستقيمِ في ما يأتي:

1 ميلُهُ يساوي (3) وهوَ مارٌّ بنقطةِ (3,4) $m = 3$, $(x_1, y_1) = (3 , 4)$ صيغةُ الميلِ ونقطةٌ $y - y_1 = m (x - x_1)$ أعوّضُ $y - 4 = 3 (x - 3)$	2 ميلُهُ يساوي -2 ويمرُّ بالنقطةِ (2 , 0). $m = -2$, $(x_1, y_1) = (0 ,2)$ صيغةُ الميلِ ونقطةٌ $y - y_1 = m (x - x_1)$ أعوّضُ $y = 2$ $m = -2$ $x = 0$ أجعلُ y موضوعًا للقانونِ $y - 2 = -2 (x - 0)$ $y =$ .... ألاحظُ منَ النقطةِ التي يمرُّ بِها المستقيمُ أنَّ المقطعَ $y = 2$ هلْ يمكنُ القولُ إنَّ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ هيَ حالةٌ خاصةٌ منْ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ؟ ....
3 ميلُهُ يساوي $\frac{3}{4}$ ومارٌّ بنقطةِ (3,4) $m =$ ..... , $(x_1, y_1) =$ .... صيغةُ الميلِ ونقطةٌ .... أعوّضُ	

ثانيا :كتابةُ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ (المارِّ بنقطتيْنِ)

1) أجدُ الميلَ m المارَّ بالنقطتيْنِ ← 2) أختارُ إحدى النقطتيْنِ لتكونَ (x_1,y_1) ← 3) أعوّضُ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ

1 $(2, 5)$, $(-1 , 4)$ مارٌّ بالنقطتيْنِ

صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\dfrac{(-1 , 4)}{(2 , 5)}$
$\overline{-3 , -1}$

$m = \dfrac{-1}{-3} = \dfrac{1}{3}$

أختارُ إحدى النقطتيْنِ $(x_1, y_1) = (2 , 5)$

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m \ (x - x_1)$

أعوِّضُ $y - 5 = \dfrac{1}{3}(x - 2)$

2 $(3, 5)$, $(-4 , 6)$ مارٌّ بالنقطتيْنِ

صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \ldots\ldots\ldots\ldots$

أختارُ إحدى النقطتيْنِ $(x_1, y_1) = (\ldots\ldots, \ldots\ldots)$

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ ....

أعوِّضُ ....

نشاطٌ 2 تمثل معادلةِ المستقيم بصيغةِ الميلِ والمقطعِ الممثلةِ بيانيًّا

خطوةُ (1) أستخرجُ منَ المعادلةِ (x_1,y_1) , m

خطوةُ (2) أعيِّنُ النقطةَ (x_1,y_1) على المستوى الإحداثي وباستعمالِ الميلِ أجري انسحابًا لتعيينِ نقطةٍ أخرى

خطوةُ (3) أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بالنقطتيْنِ.

أمثِّلُ معادلةَ المستقيمِ في ما يأتي

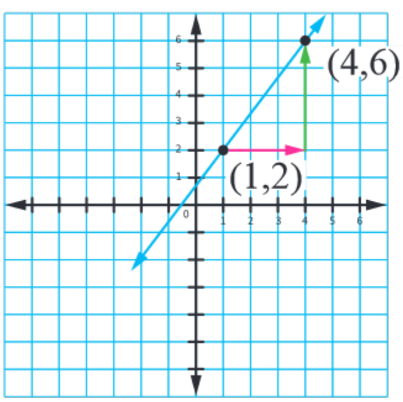
1 $y - 2 = \dfrac{4}{3}(x - 1)$

$(x_1,y_1) = (1 , 2)$

$m = \dfrac{4}{3}$

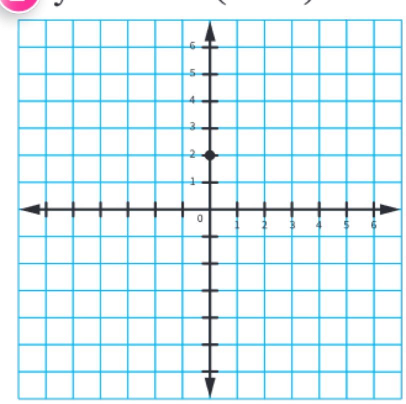
إزاحةُ 3 وحداتٍ لليمينِ, 4 وحداتٍ للأعلى

لتكوِّنَ النقطةَ $(4 , 6)$



ألاحظُ أنَّ مقامَ الميلِ هوَ الإزاحةُ إلى اليمينِ أوْ إلى اليسارِ، وبسطُ الميلِ هوَ الإزاحةُ إلى الأعلى وإلى الأسفلِ

2 $y - 5 = -3\ (x + 2)$



أتذكرُ

$x + 2 = x - -2$

$(x_1, y_1) = (\ldots. , \ldots.)$

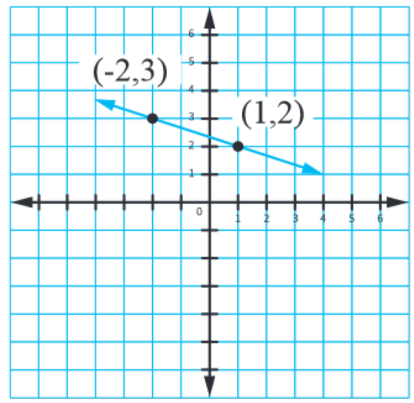
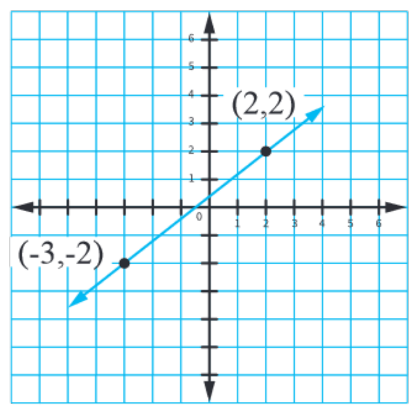
$m = \ldots.$

إزاحةُ .... بمقدارِ ...... و........ بمقدارِ ....

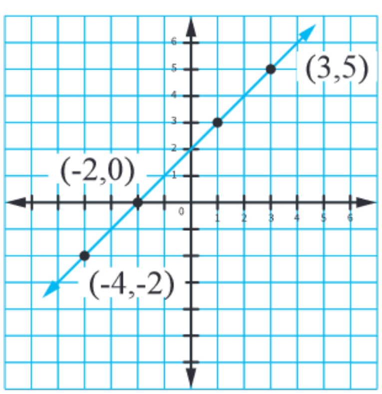
نشاطُ 4 كتابةُ معادلةِ المستقيمِ الممثلةِ بيانيًّا بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

خطوةُ (1) أجدُ الميلَ منْ نقطتيْنِ على المستقيمِ .

خطوةُ (2) أعوِّضُ الميلَ وإحدى النقطتيْنِ في $y - y_1 = m(x - x_1)$

التمثيلُ البيانيُّ	معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ
1 	أجدُ الميلَ (1,2) (-2,3) 3 , -1 صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ أعوِّضُ $m = \frac{-1}{3}$ لتكنْ $(x_1, y_1) = (1,2)$ صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$ أعوِّضُ $y - 2 = \frac{-1}{3}(x - 1)$
2 	أجدُ الميلَ صيغةُ الميلِ .... أعوِّضُ .... لتكنْ $(x_1, y_1) = (\ldots.. , \ldots.)$ صيغةُ الميلِ ونقطةٍ .... أعوِّضُ ....

نشاطُ 5 تطبيقاتٌ منَ الحياةِ



أولًا: العلاقةُ بينَ ميلِ الخطِّ المستقيمِ وأي نقطتين عليه.

يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ خطًّا مستقيمًا يمرُّ بالنقاطِ الممثلةِ

أجدُ ميلَ المستقيمِ مستخدمًا النقاطَ الآتيةَ:

أتذكرُ

$\frac{3}{4} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3}$ تُسمّى كسورًا متكافئةً

ماذا تلاحظُ؟ ....

(3,5) (1,3)	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$
(1,3) (-2,0)	$m = \frac{3 - 0}{1 - -2} = \frac{3}{3} = 1$
(-2,0) (-4,-2)	m =......................

هذا يعني أنَّ العلاقةَ بينَ هذهِ النقاطِ خطيةٌ (أيْ أنَّها تقعُ على خطٍّ مستقيمٍ واحدٍ)، حيثُ إنَّ ميلَ المستقيمِ بينَ الأزواجِ المرتبةِ ثابتٌ.

ثانيًا: تحديدُ نوعِ العلاقةِ الخطيةِ؛ بناءً على معدلِ التغيرِ، وكتابتُها

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ ارتفاعِ الطائرةِ عن سطحِ المدرجِ لحظةَ انطلاقِها والزمنِ.

أبيّنُ أنَّ العلاقةَ بينَ الارتفاعِ معَ الزمنِ خطيةٌ

الارتفاعُ (m)	الزمنُ (s)
200	10
400	20
800	30
1000	50

أجدُ معدلَ التغيرِ بينَ كلِّ زوجيْنِ متتاليَيْنِ

التبسيطُ	معدلُ التغيرِ
20	$\frac{200}{10}$
20	$\frac{400}{20}$
20	$\frac{200}{10}$

	الارتفاعُ (m)	الزمنُ (s)	
200	200	10	10
400	400	20	20
200	800	40	10
	1000	50	

معدلُ التغيرِ ثابتٌ، إذنْ العلاقةُ ....

أكتبُ معادلةً خطيةً بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ؛ يمكنُ استعمالُها لإيجادِ ارتفاعِ الطائرةِ عندَ لحظةٍ معينةٍ منْ إقلاعِها عنْ سطحِ الأرضِ.

الميلُ = معدلَ التغيرِ = 20

النقطةُ: أيةُ نقطةٍ مَن الجدولِ، ولتكنْ $(x_1, y_1) = (\ ....,....)$

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

أعوّضُ ....

أقيِّمُ أدائي بوضعِ ✓		
☹	😐	☺